

**Académie impériale des sciences.
Comptes rendus des séances
de la
Commission sismique permanente.
Tome 7, 1915-1924, Saint-Pétersbourg.**

SOMMAIRE

Livraison I, 1915

*Séance du 15 mars 1913	I
* » » 10 mai 1913	VII
* » » 1 novembre 1913	XV
* » » 13 décembre 1913	XXIV
* Rapport sur l'installation des sismographes à la Station sismologique d'Ekaterinburg	XXX
*Séance du 17 janvier 1914.....	XXXIII
* Rapport financier pour l'année 1913	XXXIX
* Projet de budget pour l'année 1914	XLIII
* Rapport sur l'installation des sismographes à la Station sismologique de Samarkand	XLVI
* Rapport sur l'installation des sismographes à la Station sismologique d'Os	L
*Séance du 18 avril 1914	LIV
* » » 30 mai 1914	LIX
* » » 26 novembre 1914	LV

Comptes-rendus des séances de la Commission Centrale Sismique Permanente : Pr. B. Galitzine (Golicyn). Etude comparative du mouvement du sol dans la phase principale d'un tremblement de terre	1
O. Backlund. Remarks on the relation between the amplitude and the period in the motion of the seismic pendulum	31
O. Backlund. Relations between Seismic Elements	37
*M. Rozental. Sur la détermination de la profondeur du foyer d'un tremblement de terre (2-me communic.)	41

Livraison II, 1919

Pr. B. Galitzine (Golicyn). Microseismic movements	97
Pr. B. Galitzine (Golicyn). Sur l'angle d'émergence des rayons sismiques	185
M. Wilip. Sur le tremblement de terre du 26 mai 1914 dans le Pacifique	335

Livraison III, 1924

*P. Nikiforov. Sur le variomètre de gravité d'Eötvös	343
*P. Nikiforov. Sur le calcul de la position d'équilibre de la balance à torsion d'après les ordonnées de la courbe du mouvement propre	382
*Irène Bobr. Sur l'amortissement des oscillations harmoniques.....	397
*Irène Bobr. Sur les mouvements microseismiques d'après les observations de 1914	402
*S. Maljavkin. Analyse de l'article : Dott. Leonardo Ricciardi. Il terremoto del 13 Gennaio 1915	433

Le titre désigné par un astérisque * présente la traduction du titre original.

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

**ИЗВЕСТИЯ
ПОСТОЯННОЙ ЦЕНТРАЛЬНОЙ СЕЙСМИЧЕСКОЙ
КОМИССИИ**

—
Том 7 (заключительный)

ACADEMIE DES SCIENCES DE RUSSIE

**COMPTE RENDU DES SÉANCES
DE
LA COMMISSION SISMIQUE PERMANENTE**

—
Tome 7 (et dernier)

ЛЕНИНГРАД 1924 LENINGRAD

Напечатано по распоряжению Российской Академии Наук.

Март 1924.

Непременный Секретарь, академик С. Ф. Ольденбург.

Вып. 1-й вышел в 1915 г.— Вып. 3-й вышел в марте 1924 г.

Ленинградгублит № 2030. — 500 экз.

Российская Государственная Академическая Типография.

Оглавление — Sommaire

Протоколы заседаний Постоянной Центральной Сейсмической Комиссии:

Стр.	
Заседание 15-го марта 1913 г.	I
» 10-го мая 1913 г.	VII
» 1-го ноября 1913 г.	XV
» 13-го декабря 1913 г.	XXIV
Отчет об установке приборов на Екатеринбургской Сейсмической станции	XXX
Заседание 17-го января 1914 г.	XXXIII
Финансовый отчет за 1913 г.	XXXIX
Смета расходов в 1914 г.	XLIII
Отчет об установке приборов на сейсмической станции в Самарканде	XLVI
Отчет об установке приборов на сейсмической станции в Оше	L
Заседание 18-го апреля 1914 г.	LIV
» 30-го мая 1914 г.	LIX
» 26-го ноября 1914 г.	LXV

* Б. Голицын. Сравнительное изучение движения почвы в главной фазе землетрясения.	1
*О. Баклунд. Заметка о зависимости между амплитудою и периодом при движении сейсмического маятника.	31
*О. Баклунд. О соотношениях между сейсмическими элементами.	37
Э. Розенталь. Об определении глубины очага землетрясения. (Второе сообщение)	41
* Б. Голицын. Микросейсмические движения	97
* Б. Голицын. Об угле выхода сейсмической радиации	185
И. Вилип. О Тихоокеанском землетрясении 26 мая 1914 г.	335
П. Никифоров. Гравитационный вариометр Eötvös'a	343
П. Никифоров. Вычисление положения равновесия кривильных весов по измеренным ординатам кривой собственного движения .	382
И. Бобр. К вопросу о затухании гармонического колебательного движения	387
И. Бобр. Микросейсмические движения по наблюдениям в 1914 г.	402
С. Малявкин. Реферат статьи Dott. Leonardo Ricciardi Il terremoto del 13 gennaio 1915.	433

Comptes-rendus des séances de la Commission Centrale Sismique Permanente:

Pag.

*Séance du 15 mars 1913	I
* » 10 mai 1913.	VII
* » 1 novembre 1913	XV
* » 13 décembre 1913	XXIV
* Rapport sur l'installation des sismographes à la Station sismologique d'Ekaterinburg	XXX
*Séance du 17 janvier 1914	XXXIII
* Rapport financier pour l'année 1913	XXXIX
* Projet de budget pour l'année 1914	XLIII
* Rapport sur l'installation des sismographes à la Station sismologique de Samarkand.	XLVI
* Rapport sur l'installation des sismographes à la Station sismologique d'Oš.	L
*Séance du 18 avril 1914	LIV
* » 30 mai 1914.	LIX
* » 26 novembre 1914	LXV
B. Galitzine (Golicyn). Étude comparative du mouvement du sol dans la phase principale d'un tremblement de terre.	1
O. Backlund. Remarks on the relation between the amplitude and the period in the motion of the seismic pendulum	31
O. Backlund. Relations between Seismic Elements	37
*M. Rosenthal. Sur la détermination de la profondeur du foyer d'un tremblement de terre (2-me communication).	41
B. Galitzine (Golicyn) Microseismic movements.	97
B. Galitzine (Golicyn). Sur l'angle d'émergence des rayons sismiques.	185
*J. Wilip. Sur le tremblement de terre du 26 mai 1914 dans le Pacifique	335
*P. Nikiforov. Sur le variomètre de gravité d'Eötvös	343
*P. Nikiforov. Sur le calcul de la position d'équilibre de la balance à torsion d'après les ordonnées de la courbe du mouvement propre .	382
*Irène Bobr. Sur l'amortissement des oscillations harmoniques	387
*Irène Bobr. Sur les mouvements microsismiques d'après les observations de 1914.	402
*S. Maljavin. Analyse de l'article: Dott. Leonardo Ricciardi. Il terremoto del 13 Gennaio 1915	433

Заглавие, отмеченное звездочкой *, является переводом заглавия оригинала.
Le titre désigné par un astérisque * présente la traduction du titre original.

Настоящим томом заканчивается издание «Известий Постоянной Центральной Сейсмической Комиссии». В дальнейшем работы по сейсмологии и геофизике вообще будут печататься в «Известиях Физико-Математического Института Российской Академии Наук» (начато изданием в 1922 г.), наряду с трудами по чистой и прикладной математике и физике.

La publication des «Comptes Rendus des séances de la Commission Sismique Permanente» se termine avec le présent volume. Les travaux de sismologie et de géophysique en général seront désormais publiés dans le «Bulletin de l'Institut Physico-Mathématique de l'Académie des Sciences de Russie» (paraissant depuis 1922), de même que les articles de mathématiques pures et appliquées et de physique.

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ИЗВЕСТИЯ
ПОСТОЯННОЙ ЦЕНТРАЛЬНОЙ СЕЙСМИЧЕСКОЙ
КОМИССИИ

Том 7

Выпуск III (заключительный)

ACADEMIE DES SCIENCES DE RUSSIE

COMPTE RENDUS DES SÉANCES
DE
LA COMMISSION SISMIQUE PERMANENTE

Tome 7

Livraison III (et dernière)

ЛЕНИНГРАД 1924 LENINGRAD

Напечатано по распоряжению Российской Академии Наук
Март 1924.

Непременный Секретарь, академик *C. Ольденбург*

Начато набором в августе 1923 г. — Окончено печатанием в марте 1924 г.

Ленинградгублит № 2030. — 500 экз.

Российская Государственная Академическая Типография

Оглавление.—Sommaire.

	Стр.		Pag.
П. Никифоров. Гравитационный вариометр Eötvös'a	343	P. Nikiforov. Sur le variomètre de gravité d'Eötvös.	343
П. Никифоров. Вычисление положения равновесия крутильных весов по измеренным ординатам кривой собственного движения	382	P. Nikiforov. Sur le calcul de la position d'équilibre de la balance à torsion d'après les ordonnées de la courbe du mouvement propre	382
И. Бобр. К вопросу о затухании гармонического колебательного движения	387	Irène Bobr. Sur l'amortissement des oscillations harmoniques	387
И. Бобр. Микросейсмические движения по наблюдениям в 1914 году	402	Irène Bobr. Sur les mouvements microsismiques d'après les observations de 1914	402
С. Малявкин. Реферат статьи Dott. Leonardo Ricciardi. Il terremoto del 13 gennaio 1915	433	S. Mal'javkin. Analyse de l'article: Dott. Leonardo Ricciardi. Il terremoto del 13 gennaio 1915	433

Заглавие, отмеченнное звездочкой *, является переводом заглавия оригинала.

Le titre désigné par un astérisque * présente la traduction du titre original.

Настоящим томом заканчивается издание «Известий Постоянной Центральной Сейсмической Комиссии». В дальнейшем работы по сейсмологии и геофизике вообще будут печататься в «Известиях Физико-Математического Института Российской Академии Наук» (начато изданием в 1922 г.), наряду с трудами по чистой и прикладной математике и физике.

La publication des «Comptes Rendus des séances de la Commission Sismique Permanente» se termine avec le présent volume. Les travaux de sismologie et de géophysique en général seront désormais publiés dans le «Bulletin de l'Institut Physico-Mathématique de l'Académie des Sciences de Russie» (paraisant depuis 1922), de même que les articles de mathématiques pures et appliquées et de physique.

Гравитационный вариометр Eötvös'a.

П. М. Никифоров.

(Представлено акад. В. А. Стекловым в заседании Физико-Математического Отделения
7 декабря 1921 года).

Глава I.

Потенциал силы тяжести. Геоид.

§ 1. Геоид. Рассматривая Землю в целом и пренебрегая незначительными по сравнению с земным радиусом возвышениями континентов и островов над уровнем моря, можно принять поверхность Земли за поверхность равновесия, т. е. принять, что каждый элемент этой поверхности расположен перпендикулярно к действующей на него силе тяжести.

Обозначая через X, Y, Z проекции силы тяжести на координатные оси и через x, y, z — координаты элемента поверхности, условие равновесия представим в следующем виде:

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0$$

Назовем через $W(x, y, z)$ потенциал силы тяжести, т. е. функцию от x, y, z , удовлетворяющую условиям:

$$(1) \dots \frac{\partial W}{\partial x} = X, \quad \frac{\partial W}{\partial y} = Y, \quad \frac{\partial W}{\partial z} = Z,$$

Тогда условие равновесия представится в следующем виде:

$$\frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial y} dy + \frac{\partial W}{\partial z} dz = dW = 0.$$

Отсюда вытекает условие $W(x, y, z) = \text{const.}$, которому должна удовлетворять поверхность Земли, рассматриваемая нами как поверхность равновесия.

Назовем через W_0 значение потенциала силы тяжести на поверхности океана. Тогда уравнение поверхности Земли можно представить следующим образом:

$$(2) \dots \dots \dots \quad W(x, y, z) = W_0$$

Само собою разумеется, что уравнение (2) не является уравнением *физической* поверхности Земли. В предыдущем мы пренебрегли возвышением континентов над уровнем моря и считали земную поверхность за поверхность равновесия. Гладкие поверхности океанов и больших открытых морей удовлетворяют условию равновесия, вследствие подвижности жидкости, и действительно выражаются уравнением (2).

Для тех же частей Земли, которые покрыты сушью, уравнение (2) выражает поверхность морского уровня, мысленно продолженную под континент; мы могли бы наблюдать эту поверхность, если бы покрыли континенты сетью каналов, сообщающихся с океаном.

Непрерывная поверхность, удовлетворяющая уравнению (2) называется в геодезии: «геоид». Итак, геоидом называется изопотенциальная поверхность силы тяжести, совпадающая на океанах и открытых морях с гладкой поверхностью воды.

Поверхность геоида, рассматриваемая в целом, весьма мало, по сравнению с земным радиусом, отличается от эллипсоида вращения; размеры этого нормального эллипсоида могут быть вычислены на основании градусных измерений и наблюдений над распределением силы тяжести на земной поверхности. По вычислениям Бесселя:

$$(3) \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} \text{большая полуось } a = 637.739.700 \text{ см.} \\ \text{малая полуось } b = 635.607.900 \text{ см.} \end{array} \right.$$

Уклонения от отвеса и аномалии силы тяжести указывают однако на существующие уклонения геоида от формы эллипсоида вращения, происходящие вследствие неравномерного распределения масс в земной коре, причем местами поверхность геоида располагается ниже поверхности нормального земного эллипсоида, местами возвышается над нею. Таким образом, при детальном изучении вопроса, поверхность геоида следует рассматривать как состоящую из совокупности отдельных частей, каждая из которых характеризуется соответствующим уравнением:

$$W_1(x, y, z) = W_1, \quad W_2(x, y, z) = W_2, \dots$$

Эти отдельные части поверхности переходят друг в друга непрерывным образом, не образуя остриев и ребер, так как в каждой точке земной

поверхности имеется определенная и единственная горизонтальная плоскость, касательная к поверхности уровня.

§ 2. Геодезическое и физическое значение вторых производных от потенциала силы тяжести. Пусть:

$$(4) \dots \dots \dots \quad W(x, y, z) = W_0$$

выражает уравнение поверхности уровня, проходящей через точку наблюдения O . Примем эту точку за начало координат; ось z направим вертикально вниз, ось x —горизонтально в плоскости географического меридиана к S , ось y —горизонтально в плоскости первого вертикала к E .

Рассматривая в уравнении (4) z как функцию от x и y принимая во внимание, что координатная плоскость xy касается поверхности уровня в начале координат, имеем для начала координат:

$$(5) \dots \dots \dots \begin{cases} x = 0, y = 0, z = 0, \\ \frac{\partial z}{\partial x} = 0, \frac{\partial z}{\partial y} = 0. \end{cases}$$

Далее, из уравнения (4) имеем:

$$\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial y} = 0,$$

откуда, на основании (5), для начала координат:

$$(6) \dots \dots \dots \quad \frac{\partial W}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial y} = 0.$$

Дифференцируя левую часть уравнения (4) второй раз и принимая во внимание (6), имеем далее для начала координат:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial W}{\partial z} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x \cdot \partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial W}{\partial z} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

Так как $\frac{\partial W}{\partial z}$ выражает полную величину напряжения силы тяжести в начале координат, то введя обозначение

$$(7) \dots \dots \dots \quad \frac{\partial W}{\partial z} = g,$$

из последних уравнений имеем:

$$(8) \quad \begin{cases} r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \\ s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 W}{\partial x \cdot \partial y}, \\ t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}. \end{cases}$$

Рассмотрим сечение поверхности (4) нормальной плоскостью, образующей угол ψ с осью x -ов. Кривизна этого сечения в начале координат выражается формулой:

$$(9) \quad \frac{1}{\rho_\psi} = r \cos^2 \psi + 2s \cos \psi \sin \psi + t \sin^2 \psi,$$

где через ρ_ψ обозначен радиус кривизны сечения в начале координат; значения r , s и t даны формулами (8).

Полагая последовательно $\psi = 0$ и $\psi = \frac{\pi}{2}$, найдем кривизны нормальных сечений поверхности плоскостями xz и yz :

$$(10) \quad \begin{cases} \frac{1}{\rho_x} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \\ \frac{1}{\rho_y} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}. \end{cases}$$

Для определения положения *главных сечений*, решим относительно ψ уравнение

$$\frac{d}{d\psi} \left(\frac{1}{\rho_\psi} \right) = 0,$$

а именно:

$$(11) \quad (t - r) \sin 2\psi + 2s \cos 2\psi = 0,$$

откуда:

$$(12) \quad \operatorname{tang} 2\psi = \frac{2s}{r - t} = -\frac{\frac{2}{g} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}}{\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}}.$$

Эта формула дает вообще два значения для ψ в пределах от 0 до $\frac{\pi}{2}$: $\psi_1 = \psi_0$ и $\psi_2 = \psi_0 + \frac{\pi}{2}$, определяющие два сечения, в одном из которых кривизна maximum: $\left(\frac{1}{R_1}\right)$, в другом—minimum: $\left(\frac{1}{R_2}\right)$.

Полагая в уравнении (9) последовательно $\psi = \psi_0$ и $\psi = \psi_0 + \frac{\pi}{2}$ и составляя разность полученных выражений главных кривизн, получим:

$$\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} = (r - t) \cos 2\psi_0 + 2s \sin 2\psi_0 = (r - t) \left\{ \cos 2\psi_0 + \frac{2s}{r-t} \sin 2\psi_0 \right\}$$

или, принимая во внимание (12):

$$\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} = \frac{r-t}{\cos 2\psi_0}.$$

На основании соотношений (8), последняя формула может быть представлена в следующем виде:

$$(13) \dots \dots \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} = \frac{1}{g} \left\{ \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right\} \frac{1}{\cos 2\psi_0},$$

причем угол ψ_0 определяется уравнением (12).

Разность кривизн главных нормальных сечений, стоящая в левой части формулы (13), служит мерою отклонения уровенной поверхности от сферической формы.

Знак разности (13) определяет, содержит ли главное сечение $\psi = \psi_0$ максимальную или минимальную кривизну.

Вторая производная:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = \frac{\partial g}{\partial z}$$

дает значение гравиметрического градиента по вертикальному направлению. Потенциал силы тяжести слагается из двух частей: из потенциала притягивающих масс

$$V = k \int \frac{dm}{r}$$

и из потенциала центробежной силы

$$\frac{\omega^2}{2} (x'^2 + y'^2),$$

где ω обозначает угловую скорость суточного вращения земли, а $(x'^2 + y'^2)$ есть расстояние рассматриваемой точки от оси вращения. Итак:

$$(14) \dots \dots \dots W(x, y, z) = V + \frac{\omega^2}{2} (x'^2 + y'^2).$$

Потенциал для точек пространства вне притягивающих масс удовлетворяет уравнению Лапласа: $\Delta V = 0$; поэтому, принимая во внимание

инвариантность выражения ΔW относительно системы координатных осей, будем иметь:

$$(15) \dots \Delta W = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = 2\omega^2 .$$

Откуда:

$$(16) \dots \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = - \left\{ \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right\} + 2\omega^2$$

или:

$$(17) \dots \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = g \left\{ \frac{1}{\rho_x} + \frac{1}{\rho_y} \right\} + 2\omega^2 = g \left\{ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right\} + 2\omega^2.$$

Остается рассмотреть еще производные:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} .$$

Представив эти производные следующим образом:

$$(18) \dots \begin{cases} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial W}{\partial z} \right) = \frac{\partial g}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial W}{\partial z} \right) = \frac{\partial g}{\partial y}, \end{cases}$$

видим, что они выражают изменение силы тяжести вдоль горизонтальных координатных осей. Отсюда может быть найден гравиметрический градиент на поверхности уровня:

$$(19) \dots \frac{\partial g}{\partial s} = \sqrt{\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} \right)^2},$$

и угол α , который он образует с осью x -ов:

$$(20) \dots \tan \alpha = \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} : \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} .$$

С другой стороны:

$$(21) \dots \begin{cases} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right) = \frac{\partial X}{\partial z}, \\ \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial W}{\partial y} \right) = \frac{\partial Y}{\partial z}. \end{cases}$$

При нашем выборе координатных осей, в начале координат $X_0 = 0$ и $Y_0 = 0$, так как сила тяжести направлена по оси z -ов. В точке же, взя-

той на оси z на расстоянии dz от O , сила тяжести приобретает составляющую параллельную плоскости (xy) и равную, как показывают формулы (21),

$$dz \sqrt{\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z}\right)^2}.$$

Вместе с тем изменяется направление отвесной линии, образуя с осью z -ов угол $d\epsilon$ при чем:

$$(22) \dots \dots \dots \frac{d\epsilon}{dz} = \frac{1}{r} = \frac{1}{g} \sqrt{\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z}\right)^2}.$$

Эта формула очевидно выражает также *кривизну силовой линии силы тяжести*. Соприкасающаяся плоскость к силовой линии образует с осью x -ов угол, определяемый формулой (20).

Как видно будет из дальнейшего, при помощи гравитационного вариометра в той конструкции, которую ему придал Еötvös, можно определить следующие четыре производные потенциала силы тяжести:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}, \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right), \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \text{ и } \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z}.$$

Таким образом, на основании приведенных выше формул, при помощи вариометра могут быть определены следующие величины, характеризующие поверхность уровня и гравитационное поле в точке наблюдения, если считать известным напряжение силы тяжести « g »:

1) Азимуты Ψ_0 и $\Psi_0 + \frac{\pi}{2}$ главных нормальных сечений по формуле:

$$(12) \dots \dots \dots \tan 2\Psi_0 = -2 \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} : \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right).$$

2) Отклонение поверхности уровня от сферической формы, по формуле:

$$(13) \dots \dots \dots \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} = \frac{1}{g} \left\{ \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right\} \frac{1}{\cos 2\Psi_0},$$

где Ψ_0 определяется из уравнения (12).

3) Градиент силы тяжести на поверхности уровня и его азимут, по формулам:

$$(19) \dots \dots \dots \frac{\partial g}{\partial s} = \sqrt{\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z}\right)^2},$$

$$(20) \dots \dots \dots \tan \alpha = \frac{\frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z}}{\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z}}.$$

4) Радиус кривизны силовой линии тяжести или изменение отвесного направления с высотою, а также азимут соприкасающейся плоскости к силовой линии тяжести, по формулам:

$$(22) \dots \frac{1}{r} = \frac{d\epsilon}{g} = \frac{1}{g} \sqrt{\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} \right)^2},$$

$$(20) \dots \text{tang } \alpha = \frac{\frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z}}{\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z}}.$$

§ 3. Нормальные значения вторых производных потенциала силы тяжести. Eötvös в своей статье: «Bestimmung der Gradienten der Schwerkraft und ihrer Niveauflächen mit Hilfe der Drehwage»¹ приводит значения вторых производных от потенциала силы тяжести для широт от 40° до 60° , вычисленные им для нормального земного эллипсоида Бесселя при помощи формулы для напряжения силы тяжести, данной Helmert'ом в 1884 году.

Ниже в таблице I мы приводим нормальные значения производных, вычисленные нами для широт от 40° до 65° на основании формулы Helmert'a 1901 года²:

$$(23) \dots g = 978,030 (1 + 0,005302 \sin^2 \varphi - 0,000007 \sin^2 2\varphi).$$

Так как для эллипсоида вращения главные сечения совпадают с плоскостями меридиана и первого вертикала, то на основании формулы (12):

$$(24) \dots \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = 0.$$

Кроме того, так как g не зависит от долготы, то

$$(25) \dots \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} = 0.$$

Численные значения радиусов кривизны ρ_x и ρ_y главных сечений земного эллипсоида заимствованы нами из таблиц Albrecht'a.

¹ Comptes Rendus d. séances de la quinzième conférence générale de l'Association Géodésique Internationale. 1908.

² Helmert. Die Schwerkraft und die Massenverteilung d. Erde. — Encyklop. d. Math. Wiss. B. VI ib. Heft ?, p. 95.

Таблица 1.

Φ	$10^{-3} \rho_x$	$10^{-3} \rho_y$	g	$-10^9 \frac{\partial g}{\partial x} = -10^9 \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z}$	$10^9 \frac{\partial g}{\rho_x} = -10^9 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}$	$10^9 \frac{\partial g}{\rho_y} = -10^9 \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}$	$10^9 \left(\frac{1}{\rho_x} - \frac{1}{\rho_y} \right) = 10^9 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)$	$10^9 \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = -10^9 \left\{ \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - 2\omega^2 \right\}$ $\omega^2 = 5, 26 \cdot 10^{-9}$
40°	636113	638621	980,166	8,021	1540,87	1534,82	6,05	3086,21
41	636223	638658	980,255	8,065	1540,74	1534,87	5,87	3086,13
42	636334	638695	980,346	8,100	1540,62	1534,92	5,70	3086,06
43	636445	638732	980,435	8,125	1540,49	1534,97	5,52	3085,98
44	636556	638769	980,525	8,140	1540,36	1535,02	5,34	3085,90
45	636667	638807	980,616	8,145	1540,23	1535,08	5,15	3085,83
46	636779	638844	980,706	8,140	1540,10	1535,13	4,97	3085,75
47	636891	638881	980,797	8,125	1539,98	1535,18	4,80	3085,68
48	637002	638918	980,887	8,100	1539,85	1535,23	4,62	3085,60
49	637113	638955	980,977	8,066	1539,72	1535,28	4,44	3085,52
50	637223	638992	981,066	8,022	1539,60	1535,33	4,27	3085,45
51	637333	639029	981,155	7,967	1539,47	1535,38	4,09	3085,37
52	637442	639065	981,243	7,903	1539,34	1535,43	3,91	3085,29
53	637550	639101	981,332	7,830	1539,22	1535,49	3,73	3085,23
54	637657	639137	981,418	7,747	1539,10	1535,54	3,56	3085,16
55	637763	639173	981,504	7,655	1538,98	1535,59	3,39	3085,09
56	637867	639208	981,588	7,552	1538,86	1535,63	3,23	3085,01
57	637970	639242	981,671	7,441	1538,74	1535,68	3,06	3084,94
58	638072	639276	981,753	7,321	1538,63	1535,73	2,90	3084,88
59	638172	639309	981,836	7,192	1538,51	1535,78	2,73	3084,81
60	638270	639342	981,914	7,054	1538,40	1535,82	2,58	3084,74
61	638366	639374	981,992	6,908	1538,29	1535,87	2,42	3084,68
62	638460	639405	982,067	6,754	1538,18	1535,91	2,27	3084,61
63	638552	639436	982,142	6,590	1538,08	1535,95	2,13	3084,55
64	638641	639466	982,215	6,419	1537,98	1535,99	1,99	3084,49
65	638729	639495	982,285	6,240	1537,88	1536,03	1,85	3084,43

Глава II.

Описание и теория инструмента. Уравнение собственного движения инструмента.

§ 1. Описание инструмента. Главнейшую часть прибора составляют крыльевые весы, изображенные схематически на рис. (1).

Коромысло $M_1 E$ из тонкой алюминиевой трубы имеет длину ок. 1 сант.; к одному концу коромысла прикреплен золотой груз M_1 цилиндрической формы, имеющий массу ок. 30 гр., к другому же концу кор-

мысла подвешивается на проволоке EM_2 золотой подвесок M_2 массою ок. 30 гр. также цилиндрической формы; длина проволоки EM_2 ок. 60 сант.

Коромысло M_1E подвешено на весьма тонкой платиново-иридиевой нити AO , диаметром 0,045 мм. и длиною 60—70 сант.

Для защиты этой легко подвижной системы от тепловых конвекционных токов воздуха и для удержания нити по возможности при постоянной температуре крутильные весы окружаются оболочкой с тройными металлическими стенками. Общий вид прибора представлен на рисунках 2 и 3.

В приборе имеется пара крутильных весов, повернутых на 180° относительно друг друга.

Верхняя часть инструмента, в которой заключены крутильные весы, может вращаться вокруг вертикальной оси и, таким образом, коромысло весов можно установить в любом азимуте, при чем для отсчета азимутов к штативу присоединен разделенный круг.

Штатив и все защитные части аппарата построены из сплава магния, обладающего большою твердостью и прочностью при малом удельном весе.

Здесь уместно обратить внимание на вполне симметричную форму штатива, так как чувствительность прибора настолько велика, что обычная форма штатива на трех длинных ножках оказывается в данном случае не-пригодной; ножки штатива, расположенные несимметрично относительно грузов крутильных весов, действуют возмущающим образом на положение равновесия коромысла.

Для упрощения техники наблюдений и, главным образом, для того, чтобы исключить возмущающее влияние массы самого наблюдателя, положение равновесия коромысел регистрируется фотографически. С этой целью к подвесным нитям приделаны плоские зеркала z (рис. 1), освещаемые лампочками накаливания видимыми справа на рис. 3, при чем перед лампочкой поставлена диафрагма с весьма малым отверстием в несколько десятых долей мм. Отраженный луч фокусируется на фотографической пластинке, заключенной в металлическую кассету. Эта кассета служит грузом маленького часовского механизма и медленно падает перед горизонтальной щелью в доске, которую видно справа на рис. (3). Если коромысло в покое, то на фотографической пластинке получается прямая линия. Кроме линий,

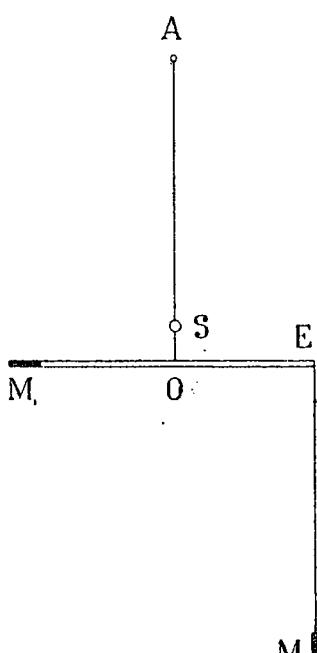
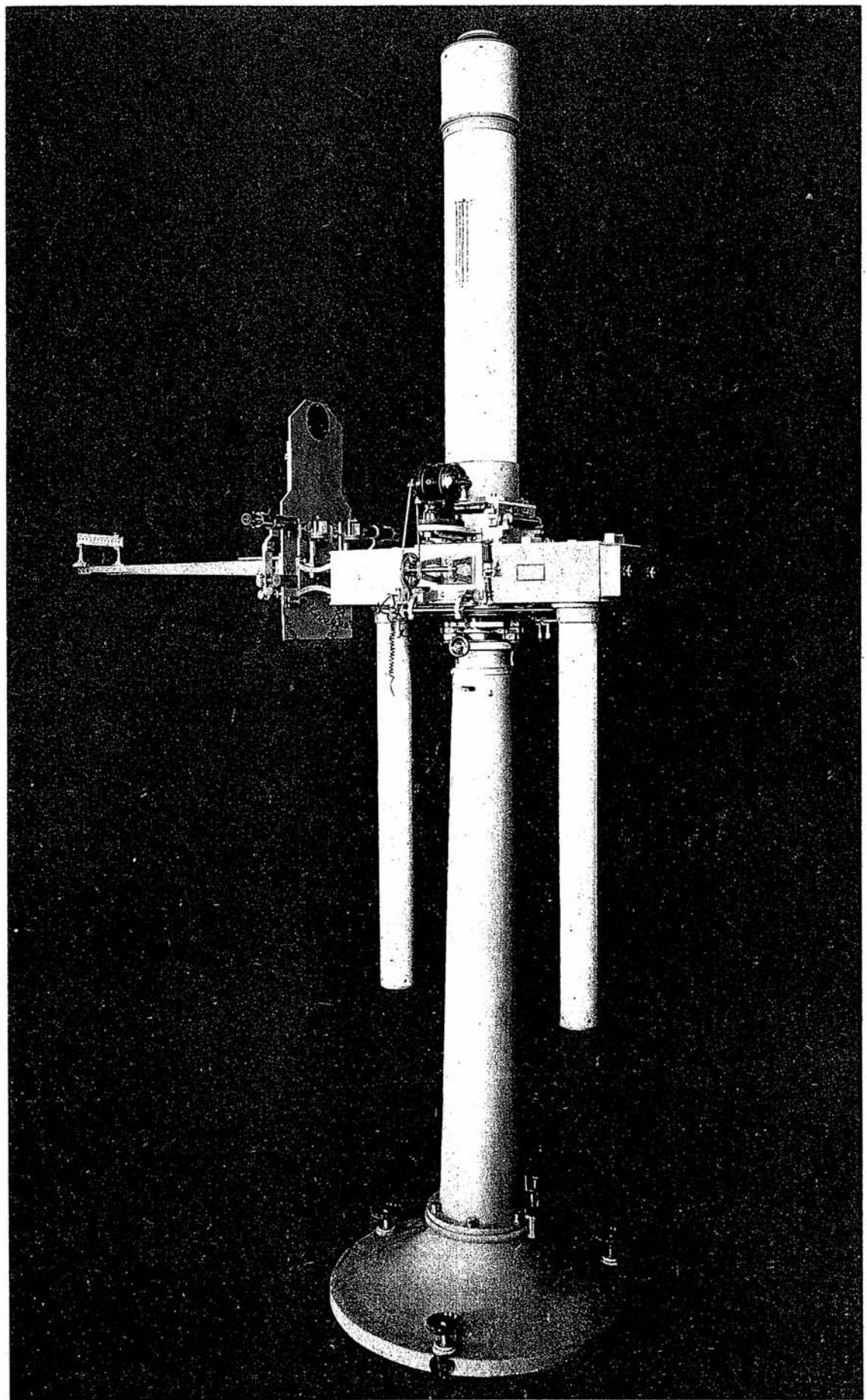


Рис. 1.



Гравитаціонний варіометръ Этвеша. Общий видъ.

отмечаемых двумя коромыслами, на той же пластинке воспроизводится еще третья прямая линия от неподвижного зеркала.

Как видно будет из дальнейшего изложения, наблюдения с вариометром сводятся к тому, что наблюдают положение равновесия обоих коромысел последовательно в трех различных азимутах.

Установка прибора в трех азимутах последовательно через каждые 120° производится автоматически при помощи маленького электромотора, видного на рис. (2). Контактные часы через каждые 2 или, в случае надобности, 3 часа замыкают гальваническую цепь из 6 аккумуляторов, в которую включен электромотор, и при помощи ременной передачи и бесконечного винта верхняя часть прибора начинает равномерно вращаться вокруг вертикальной оси. После поворота на 120° автоматически замыкаются электромагниты изображенные на рис. (3), выскакивает особый упорный штифт и аппарат останавливается; одновременно размыкается автоматически цепь электромотора.

В местностях, где известно магнитное склонение, установка инструмента в начальном азимуте может быть произведена при помощи буссоли, причем результаты наблюдений приводятся далее к географическому меридиану при помощи приводимых ниже формул (76). Проще однако повернуть верхнюю часть прибора относительно разделенного круга на угол, равный магнитному склонению, и, вращая затем горизонтальный круг вместе с верхней коробкой вокруг вертикальной оси, установить прибор в магнитном меридиане; возвратив затем верхнюю часть прибора на нулевое деление круга, установим таким образом инструмент в географическом меридиане.

Для наблюдений над качаниями коромысла в целях определения постоянных прибора, и, в случае надобности, также для определения положения равновесия коромысел визуальным способом может быть еще приспособлена на особом держателе шкала, видная слева на рис. (2). Огсеты производятся в маленькие зрительные трубы, перед которыми устанавливаются призмы с полным внутренним отражением. Однако этим приспособлением следует пользоваться лишь в случаях особой необходимости, например после навешивания новых нитей во время экспедиции, так как возмущающее действие наблюдателя, находящегося вблизи прибора, совершенно искажает результат и, независимо от того, вообще определение периода визуальным способом сопряжено с большою ошибкой, вследствие трудности точно уловить прохождение коромысла через нулевое положение при том большом периоде колебания, каким обладают кривильные весы (ок. 20^m).

Нить, служащую для подвешивания коромысла, следует предварительно раскрутить; с этой целью ее выдерживают в течение 10 — 20 дней

под постоянной нагрузкой в 80 гр. и при небольшом подогревании. Установив затем нить на место и прикрепив к ней коромысло весов, следует следить за нулевым положением коромысла. Для этого удобнее всего применить фотографическую регистрацию на пластиинке; в начале обычно наблюдается, что линия от коромысла наклонена к прямой, даваемой неподвижным зеркалом, что свидетельствует о продолжающемся раскручивании нити. Лишь после того, как за все время экспозиции (12 час.) расстояние между обеими прямыми станет изменяться менее чем на 0,1 мм., можно приступить к наблюдениям.

§ 2. Силы, действующие на прибор. При выводе дифференциального уравнения движения мы будем исходить из основной теоремы механики, относящейся к случаю вращения твердого тела вокруг неподвижной оси, а именно:

$$(26) \dots \dots \dots K \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \mathfrak{M},$$

где K — момент инерции системы вокруг оси вращения,

θ — угол отклонения системы от положения равновесия,

\mathfrak{M} — момент всех сил, действующих на систему, вокруг оси вращения.

Наша система подвержена действию сил троекого рода. Если бы крутильные весы были помещены в совершенно однородном поле силы земного притяжения, или в поле, симметричном относительно любой вертикальной плоскости, то коромысло приняло бы вполне определенное положение равновесия, зависящее от состояния нити. Но если их поместить в поле неоднородном, то к различным точкам весов будут приложены неодинаковые по величине и по направлению силы и под влиянием их коромысло повернется на некоторый угол от прежнего нормального положения равновесия. Момент силы тяжести обозначим через \mathfrak{M}_1 .

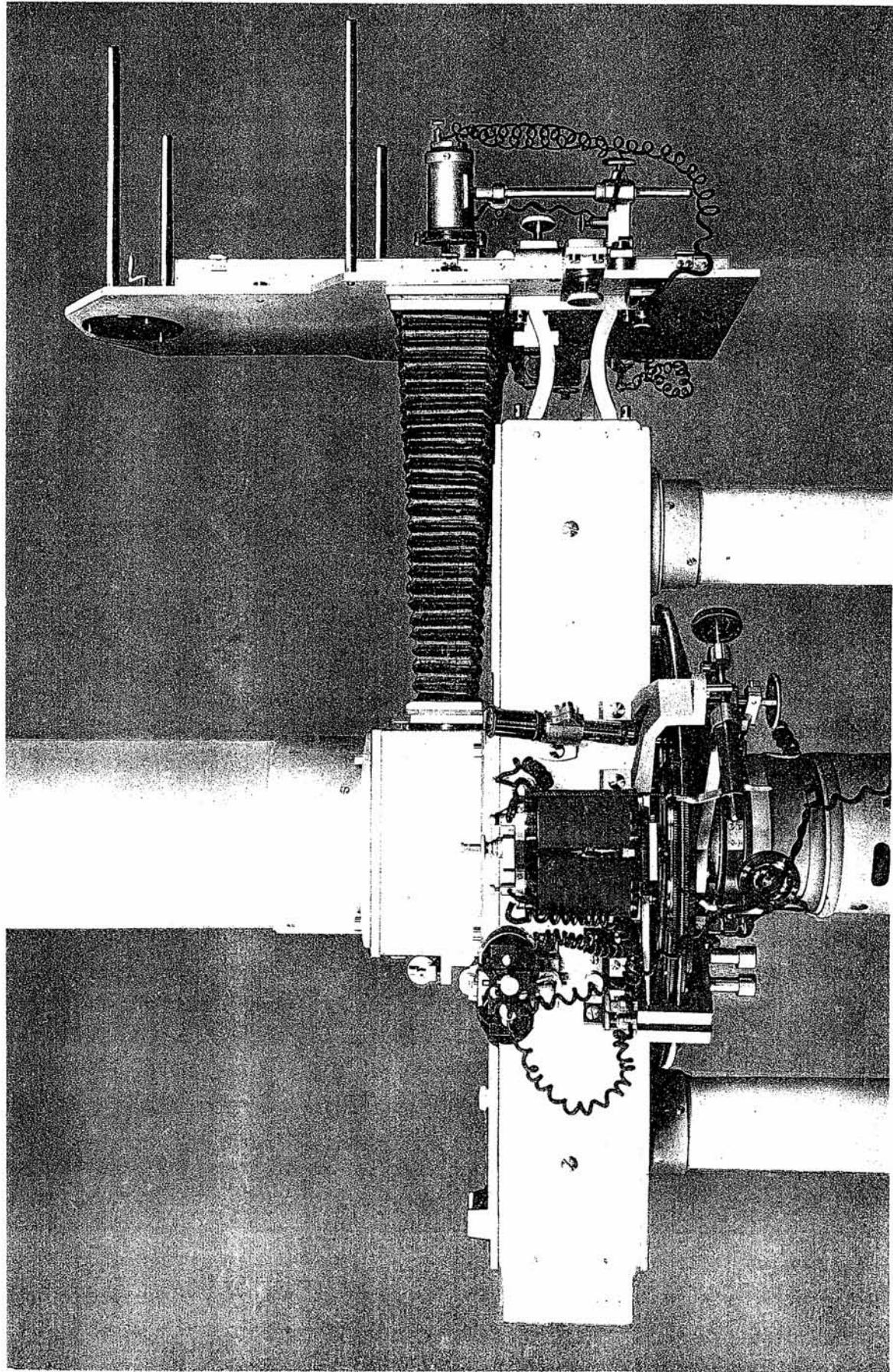
При отклонении коромысла от нормального положения равновесия, подвесная нить весов закручивается и в ней развиваются внутренне упругие силы, стремящиеся восстановить нормальное положение равновесия. Момент этой раскручивающей пары обозначим через \mathfrak{M}_2 .

Наконец необходимо еще принять во внимание силы сопротивления движению, зависящие от сопротивления воздуха и от несовершенной упругости нити. Момент сил сопротивления обозначим через \mathfrak{M}_3 .

Итак:

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2 + \mathfrak{M}_3.$$

§ 3. Момент силы тяжести. Обратимся теперь к вычислению величины \mathfrak{M}_1 . Воспользуемся прямоугольной системой координат, начало которой



Гравитационный вариометр Этвеша. Видъ средней части.

совместим с точкой прикрепления нити к коромыслу кривильных весов; ось z -ов направим вертикально вниз. Условимся считать вращение положительным, если оно соответствует левому винту; тогда оси x и y должны быть расположены в горизонтальной плоскости относительно друг друга как указано на рис. (4); углы θ . будем отсчитывать от положительного направления оси x -ов в сторону положительного направления оси y -ов.

Имея в виду, что размеры рассматриваемой системы невелики, мы можем ограничиться случаем равномерно изменяющегося поля земного притяжения, т.-е. положить, что проекции силы тяжести X , Y и Z на соответствующие координатные оси в любой точке (x, y, z) пространства, занятого нашей системой могут быть выражены равенствами:

$$(27) \quad \left\{ \begin{array}{l} X = \frac{\partial X}{\partial x} x + \frac{\partial X}{\partial y} y + \frac{\partial X}{\partial z} z, \\ Y = \frac{\partial Y}{\partial x} x + \frac{\partial Y}{\partial y} y + \frac{\partial Y}{\partial z} z, \\ Z = g + \frac{\partial Z}{\partial x} x + \frac{\partial Z}{\partial y} y + \frac{\partial Z}{\partial z} z, \end{array} \right.$$

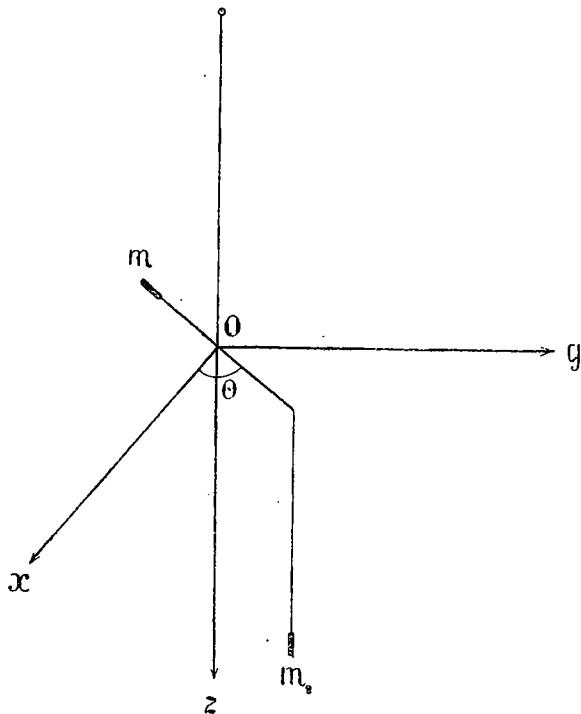


Рис. 4.

где различные производные от X , Y и Z суть величины постоянные, а g выражает силу тяжести в начале координат (при нашем выборе координатных осей проекции силы тяжести на оси x -ов и y -ов в начале координат равны нулю).

Назовем через $W(x, y, z)$ потенциальную функцию силы тяжести. Тогда

$$(28) \quad X = \frac{\partial W}{\partial x}, \quad Y = \frac{\partial W}{\partial y}, \quad Z = \frac{\partial W}{\partial z}$$

и уравнения (27) перепишутся следующим образом:

$$(29) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} x + \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} y + \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} z, \\ \frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} x + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} y + \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} z, \\ \frac{\partial W}{\partial z} = g + \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} x + \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} y + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} z, \end{array} \right.$$

причем все вторые производные от W будем считать величинами постоянными. В справедливости этого предположения легко убедиться из рассмотрения таблицы I. Наиболее быстро меняющейся величиной вообще является

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z}.$$

Из таблицы имеем для $\phi = 60^\circ$: $\rho_x = 638.270.000$ сант.

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} = -7,054 \cdot 10^{-9}, \quad \frac{\Delta}{\Delta \phi^0} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \right) = 0,142 \cdot 10^{-9}.$$

Принимая во внимание, что

$$\Delta x = -\rho_x \Delta \phi'' \cdot \sin 1'' = -3600 \rho_x \Delta \phi^0 \sin 1'',$$

найдем, что

$$\frac{\Delta}{\Delta x} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \right) = \frac{-0,142}{3600 \cdot \rho_x \cdot \sin 1''} \cdot 10^{-9} = -1,3 \cdot 10^{-17}.$$

Таким образом, практически

$$\frac{\Delta}{\Delta x} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \right)$$

можно считать равным нулю, а вторую производную

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z}$$

принять за постоянную.

§ 4. Возьмем частицу на расстоянии r от оси вращения, совпадающей с осью z -ов. Координаты частицы назовем через x, y, z и массу ее — через dm .

Тогда $dM_1 = rdf$, где df есть составляющая силы тяжести, действующая на нашу частицу в направлении, перпендикулярном к r и z в сторону возрастающих θ . Тогда

$$df = \frac{\partial W}{rd\theta} rdm = \frac{\partial W}{\partial\theta} dm,$$

$$(30) \dots \dots \quad \mathfrak{M}_1 = \int \frac{\partial W}{\partial\theta} dm = \int \left(\frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial\theta} + \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial\theta} \right) dm,$$

причем интегрирование распространяется на все подвижные массы системы.

Имея в виду, что:

$$(31) \dots \dots \quad x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta$$

и подставляя в (30) вместо

$$\frac{\partial W}{\partial x} \text{ и } \frac{\partial W}{\partial y}$$

их выражения из (29), заменяя при этом

$$\frac{\partial x}{\partial\theta} \text{ и } \frac{\partial y}{\partial\theta}$$

их выражениями через r и θ , придем к следующему равенству:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_1 &= \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \int r^2 \cos 2\theta dm + \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \int \frac{\sin 2\theta}{2} r^3 dm + \\ &+ \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} \int rz \cos \theta dm - \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \int rz \sin \theta dm. \end{aligned}$$

Остается вычислить значение интегралов в правой части этого равенства.

Назовем через ϕ угол, образованный осью коромысла с осью x -ов, и через α — угол между осью коромысла и радиусом вектором r , проведенным к частице dm . Тогда

$$\theta = \phi + \alpha$$

при чем ϕ не зависит от положения частицы в системе. В таком случае:

$$\begin{aligned} \int r^2 \cos 2\theta dm &= \int r^2 \cos 2(\phi + \alpha) dm = \\ &= \cos 2\phi \int r^2 \cos 2\alpha dm - \sin 2\phi \int r^2 \sin 2\alpha dm. \end{aligned}$$

В виду симметрии системы относительно вертикальной плоскости проходящей через ось стержня, имеем:

$$\int r^2 \sin 2\alpha dm = 0.$$

С другой стороны:

$$\int r^2 \cos 2\alpha dm = \int r^2 dm - 2 \int r^2 \sin^2 \alpha dm.$$

Но

$$\int r^2 dm = K$$

момент инерции системы вокруг оси Oz ;

$$\int r^2 \sin^2 \alpha dm = L$$

квадратичный момент относительно вертикальной плоскости проходящей через ось стержня.

Итак:

$$\int r^2 \cos 2\theta dm = \cos 2\varphi [K - 2L].$$

Вследствие малости поперечных размеров нашей системы сравнительно с расстояниями грузов от оси вращения, величина L оказывается достаточно малой сравнительно с K , и, таким образом, можно положить окончательно

$$\int r^2 \cos 2\theta dm = K \cos 2\varphi.$$

Вполне аналогично найдем, что:

$$\int r^2 \sin 2\theta dm = K \sin 2\varphi.$$

Остается рассмотреть выражение:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} \int rz \cos(\varphi + \alpha) dm - \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \int rz \sin(\varphi + \alpha) dm.$$

Пренебрегая интегралами, под знак которых входит $\sin \alpha$, написанное выше выражение преобразуем к виду:

$$\left(\frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} \cos \varphi - \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \sin \varphi \right) \int rz \cos \alpha dm.$$

Полагая далее $r \cos \alpha = \xi$, где ξ — расстояние от вертикальной плоскости, перпендикулярной к оси стержня, убеждаемся, что

$$\int \xi z dm$$

есть произведение инерции стержня, и те его части, которые зависят от горизонтального стержня и непосредственно к нему прикрепленного цилиндра M_1 равны нулю, вследствие симметрии их относительно горизонтальной плоскости $z = 0$. Те же части произведения инерции, которые зависят от цилиндра M_2 , имеют значение:

$$\int \xi z dm = mhl,$$

где $\xi = l$ и $z = h$ суть координаты центра тяжести подвеска M_2 и m — его масса.

Итак, окончательно имеем:

$$(32) \quad \dots \quad \left\{ \begin{array}{l} M_1 = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} K \cos 2\varphi + \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \frac{K}{2} \sin 2\varphi + \\ + \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} mhl \cos \varphi - \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} mhl \sin \varphi. \end{array} \right.$$

§ 5. Моменты M_2 и M_3 . Обратимся теперь к вычислению M_2 . Обозначим через δ угол, который образован был бы коромыслом весов с осью x -ов, если бы система находилась в однородном поле тяготения и положение равновесия обусловливалось бы исключительно упругими свойствами нити.

При угле отклонения φ не $= \delta$, является пара сил, стремящаяся вернуть систему в положение равновесия и момент этой пары, при малом угле закручивания, положим пропорциональным ($\varphi - \delta$), т. е.

$$(33) \quad \dots \quad M_2 = -\tau(\varphi - \delta),$$

где через τ обозначена так называемая *постоянная кручения*; знак $(-)$ введен потому, что рассматриваемая сила противодействует движению.

Наконец, M_3 , зависящий от сопротивления воздуха и несовершенной упругости нити, положим пропорциональным угловой скорости, т. е.

$$(34) \quad \dots \quad M_3 = -H \frac{d\varphi}{dt}.$$

§ 6. Дифференциальное уравнение собственного движения. Подставляя найденные выражения M_1 , M_2 и M_3 в уравнение (26) и деля на K , получим дифференциальное уравнение собственного движения крутильных весов:

$$(35) \quad \dots \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{d\varphi}{dt} + E(\varphi - \delta) - P \cos 2\varphi - Q \frac{\sin 2\varphi}{2} - R \frac{mhl}{K} \cos \varphi + \\ + S \frac{mhl}{K} \sin \varphi = 0, \end{array} \right.$$

где:

$$(36) \dots \left\{ \begin{array}{l} 2\varepsilon = \frac{H}{K}; \quad E = \frac{\tau}{K}, \\ P = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}, \\ Q = \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}, \\ R = \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z}, \\ S = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z}. \end{array} \right.$$

При интегрировании этого уравнения ограничимся случаем малых колебаний около положения равновесия, определяемого углом φ_0 , который находится из условия:

$$\mathfrak{M} = 0.$$

Принимая во внимание, что в случае покоя системы $\mathfrak{M}_3 = 0$, имеем для определения φ_0 следующее уравнение:

$$(37) \dots E(\varphi_0 - \delta) - P \cos 2\varphi_0 - Q \frac{\sin 2\varphi_0}{2} - R \frac{mhl}{K} \cos \varphi_0 + S \frac{mhl}{K} \sin \varphi_0 = 0.$$

Обозначая через ω малый угол отклонения от положения равновесия, имеем:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega; \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\omega}{dt}; \quad \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{d^2 \omega}{dt^2}.$$

Уравнение (35) перепишется следующим образом:

$$(38) \dots \left\{ \begin{array}{l} \omega'' + 2\varepsilon\omega' + E(\omega + \varphi_0 - \delta) - P \cos 2(\varphi_0 + \omega) - Q \frac{\sin 2(\varphi_0 + \omega)}{2} - \\ - R \frac{mhl}{K} \cos(\varphi_0 + \omega) + S \frac{mhl}{K} \sin(\varphi_0 + \omega) = 0. \end{array} \right.$$

Применяя строку Тейлора и отбрасывая в ней члены, содержащие множителем ω во второй и высших степенях, имеем:

$$\cos 2(\varphi_0 + \omega) = \cos 2\varphi_0 - 2\omega \sin 2\varphi_0,$$

$$\sin 2(\varphi_0 + \omega) = \sin 2\varphi_0 + 2\omega \cos 2\varphi_0,$$

$$\cos(\varphi_0 + \omega) = \cos \varphi_0 - \omega \sin \varphi_0,$$

$$\sin(\varphi_0 + \omega) = \sin \varphi_0 + \omega \cos \varphi_0.$$

Подставляя эти значения в уравнение (38) и принимая во внимание соотношение (37), приходим к следующему уравнению:

$$(39) \dots \omega'' + 2\epsilon\omega' + n^2\omega = 0,$$

$$(40) \dots \begin{cases} 2\epsilon = \frac{H}{K}, \\ n^2 = E + 2P \sin 2\varphi_0 - Q \cos 2\varphi_0 + R \frac{mhl}{K} \sin \varphi_0 + S \frac{mhl}{K} \cos \varphi_0. \end{cases}$$

§ 7. Общий интеграл уравнения (39) имеет вид:

$$(41) \dots \omega = e^{-\epsilon t} \{ \Gamma_1 \cos \gamma t + \Gamma_2 \sin \gamma t \},$$

$$(42) \dots \gamma = \sqrt{n^2 - \epsilon^2}.$$

Произвольные постоянные Γ_1 и Γ_2 находятся по начальным условиям движения. Если положить, наприм., что при $t = 0$, $\omega = 0$ и $\omega' = \omega'_0$, то легко убедиться, что $\Gamma_1 = 0$ и $\Gamma_2 = \frac{\omega'_0}{\gamma} = a$. В таком случае:

$$(43) \dots \omega = ae^{-\epsilon t} \sin \gamma t$$

Итак формулы (41) и (43) показывают, что наша система совершает затухающие колебания около положения равновесия с периодом

$$(44) \dots T' = \frac{2\pi}{\gamma} = \frac{2\pi}{\sqrt{n^2 - \epsilon^2}}.$$

Если бы движение совершалось в безвоздушном пространстве и подвесная нить была бы идеально упруга, то ϵ равнялось бы нулю и система совершала бы гармонические колебания с постоянною амплитудою $a_1 = \frac{\omega'_0}{n}$, причем период собственных колебаний равнялся бы в этом случае

$$(45) \dots T = \frac{2\pi}{n}.$$

На основании общей теории затухающих колебаний легко установить соотношение между T' и T . Если через Λ обозначить обыкновенный логарифмический декремент т.-е. десятичный логарифм отношения двух последовательных амплитуд независимо от знака последних,

$$(46) \dots \Lambda = \text{Log}_{10} \frac{\omega_k}{\omega_{k+1}},$$

то

$$(47) \dots T = \frac{T'}{\sqrt{1 + 0.53720 \Lambda^2}}.$$

Г л а в а III.

Определение постоянных $\frac{\tau}{K}$ и τ . Дополнение к теории инструмента.

§ 1. Вычислив на основании наблюденных T' и Λ период собственных колебаний T и имея в виду формулы (40) и (36), приходим к следующему соотношению

$$(48) \dots \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{\tau}{K} + 2P \sin 2\varphi_0 - Q \cos 2\varphi_0 + C \sin \varphi_0 + D \cos \varphi_0,$$

при чем для краткости письма введены сокращенные обозначения:

$$C = R \frac{mhl}{K} \quad \text{и} \quad D = S \frac{mhl}{K}.$$

На основании соотношения (48) можно определить характерную для прибора постоянную $\frac{\tau}{K}$, которая входит в формулы служащие для вычисления вторых производных от W . Определим T при четырех различных азимутах коромысла, отличающихся последовательно друг от друга на угол $\frac{\pi}{2}$ и назовем через T_1 , T_2 , T_3 и T_4 периоды, соответствующие азимутам:

φ_0 , $\varphi_0 + \frac{\pi}{2}$, $\varphi_0 + \pi$, $\varphi_0 + \frac{3\pi}{2}$. Тогда:

$$\frac{4\pi^2}{T_1^2} = \frac{\tau}{K} + 2P \sin 2\varphi_0 - Q \cos 2\varphi_0 + C \sin \varphi_0 + D \cos \varphi_0,$$

$$\frac{4\pi^2}{T_2^2} = \frac{\tau}{K} - 2P \sin 2\varphi_0 + Q \cos 2\varphi_0 + C \cos \varphi_0 - D \sin \varphi_0,$$

$$\frac{4\pi^2}{T_3^2} = \frac{\tau}{K} + 2P \sin 2\varphi_0 - Q \cos 2\varphi_0 - C \sin \varphi_0 - D \cos \varphi_0,$$

$$\frac{4\pi^2}{T_4^2} = \frac{\tau}{K} - 2P \sin 2\varphi_0 + Q \cos 2\varphi_0 - C \cos \varphi_0 + D \sin \varphi_0.$$

Сложив эти уравнения почленно, найдем:

$$(49) \dots \frac{\tau}{K} = \pi^2 \left\{ \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \frac{1}{T_3^2} + \frac{1}{T_4^2} \right\}.$$

Для определения $\frac{\tau}{K}$ можно поступить еще иначе. Груз M_2 подвешивается непосредственно к коромыслу; от этого перевешивания ни τ , ни K

не изменяется. Тогда $h = 0$, а следовательно $C = 0$ и $D = 0$. В таком случае:

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{\tau}{K} + 2P \sin 2\varphi_0 - Q \cos 2\varphi_0.$$

Определив теперь периоды T_1 и T_2 , соответствующие только двум азимутам: φ_0 и $\varphi_0 + \frac{\pi}{2}$, найдем:

$$(50) \dots \frac{\tau}{K} = 2\pi^2 \left\{ \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} \right\}.$$

Как следует из развитой выше теории, оба приема для определения $\frac{\tau}{K}$ должны одинаково приводить к цели; при этом, хотя при последнем способе требуется определение T лишь при двух азимутах, но зато оказывается необходимым перевешивание груза M_2 и связанное с ним арретирование коромысла и последующее раскручивание нити, что при весьма малой прочности тонкой подвесной нити требует соблюдения большой осторожности, а потому казалось бы предпочтительнее воспользоваться хотя и требующим вдвое большего числа наблюдений, но зато более надежным первым способом. Так первоначально и было поступило при исследовании инструмента в Физической Лаборатории Академии Наук.

Как показывает формула (47) для вычисления I необходимо определить из опыта логарифмический декремент Λ и период T' , соответствующий данному затуханию. Обычно для определения Λ и T' пользуются зеркальным способом; перед зеркальцем, укрепленным на оси вращения, ставится освещенная шкала; получающееся в зеркале изображение шкалы рассматривается в зрительную трубу, в фокальной плоскости которой натянуты перекрестные нити. Наблюдатель измеряет промежуток времени между двумя последовательными прохождениями системы через положение равновесия в одном и том же направлении; это дает величину T' ; одновременно наблюдаются последовательные отклонения системы в ту и другую сторону от положения равновесия, что дает возможность вычислить по формуле (46) величину Λ .

Для подобного рода визуальных наблюдений к прибору Eötvös'a привинчивается на особом держателе шкала и маленькая зрительная труба, перед объективом которой располагается призма с полным внутренним отражением, что дает возможность производить наблюдения, расположив трубу под прямым углом к отраженному лучу. Однако, первые же наблюдения показали полную невозможность пользоваться для определения T' и Λ этим приспособлением; столь близкое присутствие наблюдателя сильно возмущало

движение прибора, и амплитуды, вместо того чтобы правильно убывать, то возрастали то убывали по совершенно случайному закону. Тогда была сделана попытка воспользоваться зеркальным способом, расположив шкалу и зрительную трубу на расстоянии 5 метров от прибора, дабы тем ослабить влияние на прибор массы наблюдателя. Тем не менее, несмотря на всю тщательность наблюдений, производившихся в ночное время, наблюденные в одном и том же азимуте периоды T' отличались друг от друга на несколько минут. Столь значительное расхождение отдельных наблюденных значений T' объясняется той трудностью, с которой сопряжено точное определение прохождения системы через положение равновесия, в виду весьма малой скорости движения (период колебания кривильных весов Eötvös'a достигает 20^m); кроме того, не исключено вполне влияние массы наблюдателя.

Вследствие этого применена была фотографическая регистрация. Пучек световых лучей, исходивший из узкой щели S , освещавшейся лампой Нернста, отражался от зеркальца M , укрепленного на оси вращения прибора, и падал на регистрирующий аппарат R , обтянутый бромо-серебряной бумагой и вращавшийся вокруг оси OO_1 , перпендикулярной к отраженному лучу. Между щелью и зеркальцем помещалась собирательная чечевица, таким образом, чтобы на поверхности R получилось резкое изображение щели; непосредственно перед барабаном R помещалась горизонтально вторая короткофокусная цилиндрическая чечевица с образующей параллельно оси OO_1 , которая изображение щели сводила в точку. Полный оборот барабана R совершал в 30^m , длина минуты равнялась 30 мм.

Сначала щель S освещалась на полчаса, когда кривильные весы находились в покое, и таким образом на барабане записывалась нуль-линия. Затем коромысло отклонялось искусственно от положения равновесия и производилась запись собственных колебаний прибора. Световой луч ежеминутно прерывался ширмой при помощи электромагнита, соединенного с контактными часами. На все время записи наблюдатель удалялся из помещения, где находился прибор, и самые записи производились в ночное время.

На полученных таким образом графиках, имевших вид затухающих синусоид, измерялись последовательные амплитуды $y_1, y_2, y_3 \dots$ и расстояния между точками $a, b, c \dots$, в которых кривая пересекала нулевую линию; расстояния $(ab), (bc)$ и т. д., выраженные в секундах времени, давали значение $\frac{1}{2} T'$. Так как при наклонном побеге линии промежутку времени в 1^s на регистрирующем аппарате соответствовала длина в 50—30 мм. и при измерении кривых можно было ручаться за 0,25 мм., то определение T' становилось возможным с точностью до $0^{\circ}3 - 0^{\circ}5$. При этом возмущающее действие посторонних масс совершенно было исключено.

Первые кривые, снятые таким способом, обнаружили, однако, что в одной и той же группе волн последовательные T' не равны между собою, а отличаются на $7^{\circ}—10^{\circ}$ и средние величины из различных серий наблюдений отличались друг от друга также на $5^{\circ}—7^{\circ}$. Такая точность наблюдений конечно не достаточна, так как T_1 и T_2 , соответствующие азимутам φ_0 и $\varphi_0 + \frac{\pi}{2}$ отличаются друг от друга всего лишь на 8° . Предстояло выяснить причину такого несогласия наблюдений между собою.

При выводе вышеизложенной теории предполагалось, что система может иметь лишь вращательное движение вокруг неподвижной вертикальной оси, между тем как в действительности возможны также колебания вокруг верхней точки подвеса и колебания нижнего подвеска, как вертикального маятника. Кроме того, в приборе Eötvös'a имеются два коромысла, повернутые на 180° одно относительно другого, и при наблюдениях оба они были свободны; несомненно, что они влияли возмущающим образом друг на друга. Руководствуясь этими соображениями, был предпринят более подробный анализ движения прибора, излагаемый в следующем параграфе.

§ 2. Мы рассмотрим идеальный случай, когда на одном конце невесомого коромысла, длиною $2l_0$, находится масса M , на другом же подвешена на нерастяжимой и негибкой нити длиною l_1 масса M_1 . Пусть $M = M_1$. Кроме того, коромысло подвешено за середину также на невесомой нерастяжимой и негибкой нити, длиною l .

Точку подвеса верхней нити O примем за начало координат (рис. 5); ось OX направим горизонтально в плоскости, содержащей коромысло в состоянии покоя; ось OY также горизонтально и под прямым углом к OX ; ось OZ — вертикально вниз.

Для простоты допустим, что обе нити l и l_1 колеблются лишь в плоскости YZ , а коромысло всегда остается перпендикулярным к верхней нити, совершая лишь вращательные движения вокруг этой нити.

Поле тяготения будем считать однородным, т. е. примем, что действующая на массы M и M_1 сила тяжести направлена параллельно оси OZ .

Вместо координат точек $M(x, y, z)$ и $M_1(x_1, y_1, z_1)$ введем координат-

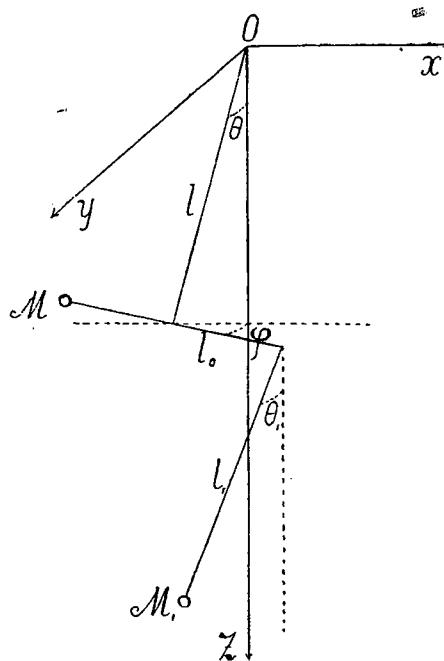


Рис. 5.

ные параметры θ , φ и θ_1 ; угол θ будем отсчитывать в плоскости YZ от оси OZ в направлении положительной оси OY ; угол θ_1 в том же направлении в плоскости, параллельной YOZ и проходящей через конец коромысла, к которому подвешена масса M_1 ; угол φ образуется коромыслом с прямой, параллельной OX и проходящей через середину коромысла, причем возрастанию угла φ соответствует вращение коромысла в направлении правого винта, если смотреть вдоль прямой l сверху.

Тогда:

$$\begin{cases} x = -l_0 \cos \varphi \\ y = l \sin \theta - l_0 \sin \varphi \cos \theta \\ z = l \cos \theta + l_0 \sin \varphi \sin \theta \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = l_0 \cos \varphi \\ y_1 = l \sin \theta + l_0 \sin \varphi \cos \theta + l_1 \sin \theta_1 \\ z_1 = l \cos \theta - l_0 \sin \varphi \sin \theta + l_1 \cos \theta_1 \end{cases}$$

Применим теперь к нашей системе дифференциальные уравнения Лагранжа:

$$(51) \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \theta'} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{\partial A}{\partial \theta},$$

где T — живая сила и A — работа сил, действующих в системе.

Ограничиваюсь случаем малых колебаний и пренебрегая величинами θ^2 , φ^2 и θ_1^2 , имеем:

$$T = \frac{M}{2} \left\{ (l\theta' - l_0 \varphi')^2 + (l\theta' + l_0 \varphi' + l_1 \theta_1')^2 \right\},$$

$$dA = -\tau_\varphi d\varphi + Mg(dz + dz_1) = -\tau_\varphi d\varphi - 2Mg l \theta d\theta - Mg l_1 \theta_1 d\theta_1.$$

Применяя уравнения Лагранжа последовательно к углам θ , φ и θ_1 , получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} l\theta'' + g\theta + \frac{l_1}{2} \theta_1'' = 0 \\ l_0 \varphi'' + k\varphi + \frac{l_1}{2} \theta_1'' = 0 \quad k = \frac{\tau}{2Ml_0} \\ l_1 \theta_1'' + g\theta_1 + l\theta'' + l_0 \varphi'' = 0 \end{cases}$$

или после сокращения:

$$(52) \quad \begin{cases} \theta'' + n^2 \theta + \frac{1}{2} \frac{l_1}{l} \theta_1'' = 0, \quad n^2 = \frac{g}{l}, \\ \varphi'' + n_0^2 \varphi + \frac{1}{2} \frac{l_1}{l_0} \theta_1'' = 0, \quad n_0^2 = \frac{\tau}{2Ml_0^2}, \\ \theta_1'' + n_1^2 \theta_1 + \frac{l}{l_1} \theta'' + \frac{l_0}{l_1} \varphi'' = 0, \quad n_1^2 = \frac{g}{l_1}. \end{cases}$$

Интегрируя эту систему совокупных уравнений, найдем, что

$$(53) \dots \dots \dots \varphi = A \cos q_1 t + B \sin q_1 t + C \cos q_2 t + D \sin q_2 t,$$

$$(54) \dots \begin{cases} q_1 = \sqrt{\frac{1}{n_0^2 + n^2 + 2n_1^2} \left[n_0^2(n^2 + n_1^2) + n^2 n_1^2 + \sqrt{n_0^4 n^4 + n_1^4 (n_0^2 - n^2)^2} \right]}, \\ q_2 = \sqrt{\frac{1}{n_0^2 + n^2 + 2n_1^2} \left[n_0^2(n^2 + n_1^2) + n^2 n_1^2 - \sqrt{n_0^4 n^4 + n_1^4 (n_0^2 - n^2)^2} \right]}. \end{cases}$$

Таким образом, крутильные колебания совершаются с двумя периодами:

$$(55) \dots \dots \dots T_1 = \frac{2\pi}{q_1} \quad \text{и} \quad T_2 = \frac{2\pi}{q_2}.$$

Выражения для q_1 и q_2 можно значительно упростить, пренебрегая малыми величинами. Для нашего прибора мы имеем:

$$\begin{cases} l = 76 \text{ сант.;} & \text{полагая: } g = 981,9 \frac{\text{сант.}}{\text{сек.}^2}, \\ l_1 = 64,5 \text{ сант.;} & \text{имеем: } n^2 = \frac{g}{l} = 12,92, \\ l_0 = 19,5 \text{ сант.;} & n_0^2 = \frac{\tau}{2M l_0^2} = 0,0000310, \\ M = 29,3 \text{ гр.;} & n_1^2 = \frac{g}{l_1} = 15,22. \\ \tau = 0,69; & \end{cases}$$

Отбросив $n_0^4 n^4$ под знаком корня, найдем:

$$(56) \dots \dots \dots \begin{cases} q_1^2 = \frac{n_0^2(n^2 + 2n_1^2)}{n_0^2 + n^2 + 2n_1^2} = n_0^2, \\ q_2^2 = \frac{n^2(n_0^2 + 2n_1^2)}{n_0^2 + n^2 + 2n_1^2} = \frac{2n^2 n_1^2}{n^2 + 2n_1^2}. \end{cases}$$

Отсюда:

$$T_1 = \frac{2\pi}{q_1} = \frac{2\pi}{n_0} = 1128^s,$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{q_2} = 2^s, 1.$$

Это наложение короткого периода T_2 может вызвать расхождение отдельных наблюденных периодов между собою на величину порядка $2^s - 4^s$, так как мы замечаем лишь промежутки времени между последовательными обращениями φ в нуль.

Из общих уравнений (5.2) можно вывести важное для нас следствие, именно: если положить $l_1 = 0$, т. е. нижний подвесок M_1 прикрепить непосредственно к коромыслу, то система (5.2) обращается в:

$$(57) \quad \left\{ \begin{array}{l} \theta'' + n^2 \theta = 0, \\ \varphi'' + n_0^2 \varphi = 0. \end{array} \right.$$

В этом случае *оба движения оказываются совершенно независимыми* и период крутильных колебаний $T_0 = \frac{2\pi}{n_0}$ совершенно не нарушается периодом T_2 .

При всех дальнейших опытах для определения T так и было поступлено: груз M_2 подвешивался непосредственно к коромыслу весов.

Второй причиной, возмущающей период крутильных колебаний, может явиться влияние второго коромысла, в том случае, если оно не закреплено, вследствие чего в различные периоды взаимное расстояние между грузами изменяется различным образом. Чтобы выяснить это обстоятельство был произведен следующий опыт: сначала определен был период T_0 ; затем, снаружи ящика на продолжении оси коромысла поставлен был свинцовый шар массою около 13 кгр. на расстоянии 15 сант. от груза, и вновь определен период колебаний; далее, груз был убран и повторено для контроля определение T_0 . Результат следующий:

без шара	$T_0 = 19^m 54^s 0$
с шаром	$T = 19^m 46^s 3$
без шара	$T_0 = 19^m 53^s 9$

Таким образом, присутствие шара сократило T_0 на 8^s.

Отсюда понятно нарушающее влияние второго коромысла, если оно не закреплено, и очевидна недопустимость визуальных наблюдений.

§ 3. Правила для определения периода крутильных колебаний. Резюмируя результаты предыдущих рассуждений, можно указать следующие правила, которые необходимо соблюдать при определении постоянной $\frac{\tau}{K}$:

- 1) второе коромысло крутильных весов должно быть арретировано,
- 2) нижний подвесок должен быть прикреплен непосредственно к коромыслу и
- 3) колебания коромысла регистрировать фотографическим способом.

В качестве примера приведем результаты одной серии наблюдений, произведенных при соблюдении изложенных условий.

Азимут: ϕ_0 .

$T'_1 = 20''0^{\circ}9$	$\Lambda = 0,213$	$T_1 = 19''46^{\circ}5$
20 1,7	0,212	19 47,5
20 0,9	0,213	19 46,5
20 1,7	0,211	19 47,6
Среднее $T_1 = 19''47^{\circ}02 = 1187^{\circ}02$.		

Азимут: $\phi_0 + \frac{\pi}{2}$.

$T'_2 = 20''9^{\circ}15$	$\Lambda = 0,210$	$T_2 = 19''55^{\circ}1$
20 9,0	0,208	19 55,2
20 8,5	0,210	19 54,4
Среднее $T_2 = 19''54^{\circ}91 = 1194^{\circ}91$		

Нужно заметить, что каждое отдельное значение T'_1 и T'_2 из приведенных в этой таблице, в свою очередь является средним из ряда значений, наблюденных в одной и той же группе колебаний, причем эти непосредственно наблюденные периоды также хорошо согласуются между собою. Так напр. первое из чисел первой таблицы получено из графика, в котором T' для трех последовательных колебаний имели следующие значения:

20''1 [°] 0
20 1,8
20 0,0
Среднее... 20''0 [°] 9

Первое из чисел второй таблицы получено как среднее из двух периодов:

20''9 [°] 0
20 9,3
Среднее... 20''9 [°] 15

Пользуясь приведенными значениями T_1 и T_2 можем вычислить отношение $\frac{\tau}{K}$ на основании формулы:

$$(50) \dots \dots \dots \frac{\tau}{K} = 2\pi^2 \left\{ \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} \right\}.$$

Принимая во внимание, что разность $T_2 - T_1 = \Delta T$ мала по сравнению с T , а величиною $\left(\frac{\Delta T}{T} \right)^2$ можно пренебречь по сравнению с единицей,

оказывается возможным привести формулу (50) к виду, более удобному для вычислений. Положим $T_2 = T_1 + \Delta T$; тогда с указанною степенью точности:

$$\begin{aligned} T_2^2 &= T_1^2 + 2T_1\Delta T, \\ \frac{1}{T_2^2} + \frac{1}{T_1^2} &= \frac{T_1^2 + T_2^2}{T_1^2 T_2^2} = \frac{2T_1(T_1 + \Delta T)}{T_1^2 T_2^2} = \frac{2}{T_1 T_2}, \\ (58) \dots \dots \dots \frac{\tau}{K} &= \frac{4\pi^2}{T_1 T_2}. \end{aligned}$$

Подставляя в формулу (58) значения T_1 и T_2 из таблицы, находим:

$$\begin{aligned} \log \frac{\tau}{K} &= 5,4446; & \log \frac{K}{\tau} &= 4,5554, \\ \frac{\tau}{K} &= 2,783 \cdot 10^{-5}; & \frac{K}{\tau} &= 35900. \end{aligned}$$

§ 4. Определение τ . Для определения постоянной кручения можно воспользоваться опытом Кавендиша, т. е. определить отклонение коромысла под влиянием притяжения достаточно большой внешней массы. С этой целью сбоку против груза M_1 на расстоянии r от него располагается большой свинцовый шар так, чтобы центр его лежал на горизонтальной прямой, проходящей через центр тяжести груза M_1 и перпендикулярной к стержню коромысла. Под влиянием притяжения, производимого этим шаром на массу M_1 , коромысло повернется на некоторый угол вокруг вертикальной оси и займет новое положение равновесия, при котором момент сил притяжения уравновешивается действующим в обратном направлении моментом сил кручения. Так как угол отклонения коромысла весьма мал, то в данном случае также следует воспользоваться фотографической регистрацией.

Введем следующие обозначения:

k — постоянная тяготения ($6,667 \cdot 10^{-8}$ С. Г. С.).

M — масса свинцового шара (12980 гр.).

m — масса золотого цилиндра (29,30 гр.).

λ — длина цилиндра (3,86 сант.).

l — расстояние от оси вращения крутильных весов до центра тяжести цилиндра (19,52 сант.).

r — расстояние от центра свинцового шара до оси цилиндра.

Пренебрегая диаметром цилиндра M_1 по сравнению с расстоянием от оси цилиндра до центра свинцового шара можно предположить, что вся масса цилиндра сосредоточена на прямой, совпадающей с его осью.

В таком случае легко получить выражение для силы притяжения, оказываемого свинцовым шаром на цилиндр:

$$(59) \dots \dots \dots f = k \frac{Mm}{r^2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{4r^2}}}.$$

Полагая далее момент сил кручения пропорциональным углу кручения φ и обозначая, как раньше, через τ постоянную кручения, можно написать следующее условие равновесия:

$$(60) \dots \dots \dots \tau \varphi = k \frac{Mm}{r^2} \frac{l}{\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{4r^2}}}.$$

Назовем через y отклонение светящейся точки на регистрирующем аппарате и через A — длину оптического рычага; имеем:

$$\varphi = \frac{y}{2A}$$

Тогда, на основании (60):

$$(61) \dots \dots \dots \tau = 2Ak \frac{Mm}{r^2} \frac{l}{\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{4r^2}}} \cdot \frac{1}{y}.$$

В нижеследующей таблице (2) сопоставлены результаты ряда наблюдений, произведенных в Физической Лаборатории Академии Наук для определения τ ($A = 192,4$ сант.).

В этой таблице a обозначает линейное перемещение цилиндра M_1 под влиянием притяжения свинцового шара; значение остальных букв понятно из предыдущего.

Таблица 2.

№	r	y	φ	a	τ
1	13,4 сант.	1,52 сант.	0,00394	0,077 сант.	0,69
2	19,0 »	0,75 »	0,00195	0,038 »	0,70
3	13,4 »	0,57 »	0,00408	0,080 »	0,67
4	19,0 »	0,76 »	0,00198	0,039 »	0,69
5	12,9 »	1,70 »	0,00440	0,086 »	0,67
6	18,7 »	0,80 »	0,00208	0,041 »	0,68
Среднее $\tau = 0,684$					

Дифференцируя формулу (61) легко оценить влияние возможных ошибок в измерении r и y на значение τ . В самом деле:

$$(62) \dots d\tau = \frac{\partial \tau}{\partial r} dr + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy,$$

$$(62) \dots d\tau = -2Ak \frac{Mm}{r^2} \frac{l}{\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{4r^2}}} \frac{1}{y} \left\{ \frac{2 + \frac{\lambda^2}{4r^2}}{1 + \frac{\lambda^2}{4r^2}} \frac{dr}{r} + \frac{dy}{y} \right\}.$$

Заимствуя численные данные из опыта № 1 (таблица 2), имеем:

$$(63) \dots \Delta\tau = -0,103 \Delta r - 0,457 \Delta y.$$

Наибольшие трудности представляло измерение величины r , т. е. расстояния от оси притягиваемого цилиндра до центра шара. В наших опытах точность измерения этой величины не превосходила 0,2 сант.; эта ошибка в измерении r искажает значение τ на $\pm 0,021$. Что же касается величины y , то здесь возможная ошибка составляет 0,02 сант., что может искажить значение τ на $\pm 0,005$.

Таким образом, отклонения приведенных в таблице 2 значений τ от среднего лежат в пределах возможных ошибок опыта.

По найденным значениям $\frac{K}{\tau} = 35.900$ и $\tau = 0,684$ получается

$$K = 24.600 \text{ гр. сант.}^2.$$

Глава IV.

Производство и обработка наблюдений.

§ 1. Вывод формул. Из уравнения (37), полагая в нем $\phi_0 = \delta = \theta$, имеем для случая равновесия:

$$\begin{aligned} \frac{K}{\tau} \cos 2\phi_0 \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} + \frac{1}{2} \frac{K}{\tau} \sin 2\phi_0 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) + \\ + \frac{mhl}{\tau} \cos \phi_0 \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} - \frac{mhl}{\tau} \sin \phi_0 \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} = 0. \end{aligned}$$

Здесь ϕ_0 обозначает угол, который образует положительное направление оси стержня с положительным направлением оси x -ов; напомним, что положительным направлением стержня мы считаем направление от оси вращения к точке прикрепления нижнего подвеска; угол θ считаем возрастающим при вращении по левому винту.

Введем для краткости письма следующие обозначения:

$$(64) \dots \left\{ \begin{array}{l} P = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}; \quad Q = \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}; \\ R = \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z}; \quad S = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z}. \end{array} \right.$$

$$(65) \dots a_1 = \frac{K}{\tau}; \quad b_1 = \frac{mhl}{\tau}.$$

Тогда:

$$(66) \dots \theta = a_1 \cos 2\varphi_0 P + \frac{a_1}{2} \sin 2\varphi_0 Q + b_1 \cos \varphi_0 R - b_1 \sin \varphi_0 S.$$

Как было указано выше, в приборе Eötvös'a имеются два коромысла, повернутые одно относительно другого на 180° ; поэтому, если коромысло I установлено в азимуте φ_0 , то коромысло II будет находиться в азимуте ($\varphi_0 + \pi$). Если условиться под φ_0 подразумевать всегда азимут коромысла I, то уравнение (66) для коромысла II представится под видом:

$$(66') \dots \theta' = a'_1 \cos 2\varphi_0 P + \frac{a'_1}{2} \sin 2\varphi_0 Q - b'_1 \cos \varphi_0 R + b'_1 \sin \varphi_0 S.$$

В правой части уравнений (66) и (66') постоянные коэффициенты a_1 , a'_1 , b_1 , b'_1 определяются из опыта, как показано в предыдущей главе; углы φ_0 отсчитываются по горизонтальному кругу. Количество P , Q , R и S являются искомыми величинами.

Если бы мы могли определить непосредственным наблюдением углы θ и θ' , на которые закручивается коромысло вследствие неоднородности поля, то для определения неизвестных P , Q , R и S достаточно было бы произвести наблюдение в двух различных азимутах φ_0 и φ_1 и мы имели бы четыре уравнения с четырьмя неизвестными. Однако углы θ и θ' непосредственно наблюдать нельзя, так как неизвестно то нормальное положение коромысел, определяемое углами δ и δ' , которое они приняли бы, находясь в совершенно однородном поле. Поэтому, для исключения этих неизвестных, δ и δ' , необходимо произвести еще третье наблюдение в азимуте φ_2 , что дает два лишних уравнения.

Проще всего положить $\varphi_0 = 0^\circ$, $\varphi_1 = 120^\circ$ и $\varphi_2 = 240^\circ$, причем если ось x -ов направить по географическому или магнитному меридиану от N к S , то азимуты будут отсчитываться от точки юга к востоку. Итак, устанавливая прибор последовательно в азимутах φ_0 , φ_1 и φ_2 , будем иметь систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_0 = 0^\circ \left\{ \begin{array}{l} \theta_0 = a_1 P + b_1 R, \\ \theta'_0 = a'_1 P - b'_1 R, \end{array} \right. \\ \varphi_1 = 120^\circ \left\{ \begin{array}{l} \theta_1 = -\frac{1}{2} a_1 P - \frac{\sqrt{3}}{4} a_1 Q - \frac{1}{2} b_1 R - \frac{\sqrt{3}}{2} b_1 S, \\ \theta'_1 = -\frac{1}{2} a'_1 P - \frac{\sqrt{3}}{4} a'_1 Q + \frac{1}{2} b'_1 R + \frac{\sqrt{3}}{2} b'_1 S, \end{array} \right. \\ \varphi_2 = 240^\circ \left\{ \begin{array}{l} \theta_2 = -\frac{1}{2} a_1 P + \frac{\sqrt{3}}{4} a_1 Q - \frac{1}{2} b_1 R + \frac{\sqrt{3}}{2} b_1 S, \\ \theta'_2 = -\frac{1}{2} a'_1 P + \frac{\sqrt{3}}{4} a'_1 Q + \frac{1}{2} b'_1 R - \frac{\sqrt{3}}{2} b'_1 S. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Непосредственному наблюдению поддаются не самые углы $\theta_0, \theta_1, \dots$, а их разности, т. е. изменения закручивания нити при переводе прибора из одного азимута в другой. Вводя обозначения:

$$(67) \dots \Delta_1 \theta = \theta_1 - \theta_0, \quad \Delta_2 \theta = \theta_2 - \theta_0$$

на основании предыдущих уравнений имеем:

$$(68) \dots \left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 \theta = -\frac{3}{2} a_1 P - \frac{\sqrt{3}}{4} a_1 Q - \frac{3}{2} b_1 R - \frac{\sqrt{3}}{2} b_1 S, \\ \Delta_2 \theta = -\frac{3}{2} a_1 P + \frac{\sqrt{3}}{4} a_1 Q - \frac{3}{2} b_1 R + \frac{\sqrt{3}}{2} b_1 S, \\ \Delta_1 \theta' = -\frac{3}{2} a'_1 P - \frac{\sqrt{3}}{4} a'_1 Q + \frac{3}{2} b'_1 R + \frac{\sqrt{3}}{2} b'_1 S, \\ \Delta_2 \theta' = -\frac{3}{2} a'_1 P + \frac{\sqrt{3}}{4} a'_1 Q + \frac{3}{2} b'_1 R - \frac{\sqrt{3}}{2} b'_1 S. \end{array} \right.$$

Решая эту систему уравнений относительно P, Q, R и S , находим:

$$(69) \dots \left\{ \begin{array}{l} P = -\frac{1}{3D} \{b'_1 (\Delta_2 \theta + \Delta_1 \theta) + b_1 (\Delta_2 \theta' + \Delta_1 \theta')\}, \\ Q = \frac{2}{\sqrt{3} D} \{b'_1 (\Delta_2 \theta - \Delta_1 \theta) + b_1 (\Delta_2 \theta' - \Delta_1 \theta')\}, \\ R = -\frac{1}{3D} \{a'_1 (\Delta_2 \theta + \Delta_1 \theta) - a_1 (\Delta_2 \theta' + \Delta_1 \theta')\}, \\ S = \frac{1}{\sqrt{3} D} \{a'_1 (\Delta_2 \theta - \Delta_1 \theta) - a_1 (\Delta_2 \theta' - \Delta_1 \theta')\}. \end{array} \right. \quad D = a_1 b'_1 + a'_1 b_1,$$

Положение равновесия коромысел относительно координатных осей, неизменно связанных с прибором, регистрируется на фотографической пластиинке описанным на стр. 352 способом.

На рис. 6 воспроизведен один из оригинальных снимков. Прямая OO' получена от неподвижного зеркала; кривые на правой стороне рисунка, отмеченной цифрой 1, изображают движение коромысла I; левая сторона соответствует коромыслу II. На рисунке видно, что коромысло, совершив некоторое число затухающих колебаний, приходит в состояние покоя, причем в различных азимутах, отмеченных сбоку каждой кривой, коромысло отклонено на различные углы относительно горизонтальной оси, соответствующей прямой OO' .

Если коромысло поворачивается на угол $\Delta\theta$, то светящаяся точка отклоняется на расстояние $\Delta y = 2A \cdot \Delta\theta$ от своего первоначального положения (через A обозначено расстояние от оси вращения коромысла до фотографической пластиинки). Положительному приращению угла θ соответствует перемещение светящейся точки влево, если смотреть на фотографическую пластиинку со стороны оси прибора.

Назовем через y_0, y_1, y_2 расстояния от нулевой линии OO_1 до прямых, которые соответствуют коромыслу I в азимутах $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$; через y'_0, y'_1, y'_2 назовем соответственные величины для коромысла II. Условимся далее все y , отсчитанные влево от оси OO_1 считать положительными, отсчитанные направо — отрицательными. В таком случае, полагая $y_r - y_0 = \Delta_1 y$ и $y_2 - y_0 = \Delta_2 y$, имеем:

$$\Delta_1 \theta = \frac{1}{2A} \Delta_1 y; \quad \Delta_2 \theta = \frac{1}{2A} \Delta_2 y.$$

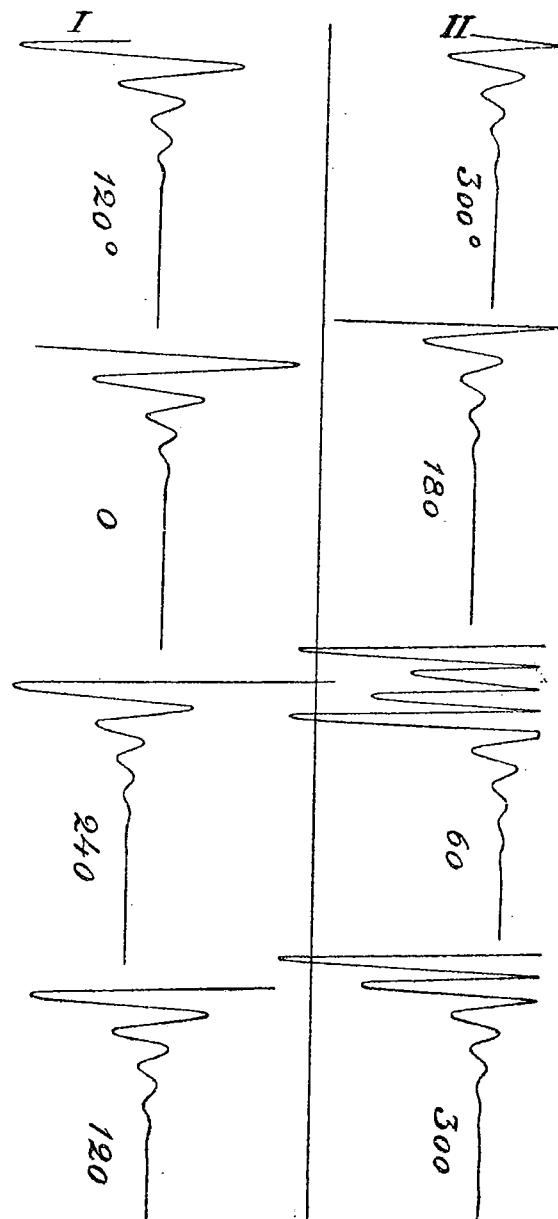


Рис. 6.

Уравнения для определения P , Q , R и S перепишутся в следующем виде:

$$(70) \quad \left\{ \begin{array}{l} P = -\frac{1}{3} \{ b' (\Delta_2 y + \Delta_1 y) + b (\Delta_2 y' + \Delta_1 y') \}, \\ Q = \frac{2}{\sqrt{3}} \{ b' (\Delta_2 y - \Delta_1 y) + b (\Delta_2 y' - \Delta_1 y') \}, \\ R = -\frac{1}{3} \{ a' (\Delta_2 y + \Delta_1 y) - a (\Delta_2 y' + \Delta_1 y') \}, \\ S = \frac{1}{\sqrt{3}} \{ a' (\Delta_2 y - \Delta_1 y) - a (\Delta_2 y' - \Delta_1 y') \}, \end{array} \right.$$

где:

$$(71) \quad \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{a_1}{2AD}, \quad a' = \frac{a'_1}{2AD}, \\ b = \frac{b_1}{2AD}, \quad b' = \frac{b'_1}{2AD}, \\ D = a_1 b'_1 + a'_1 b_1. \end{array} \right.$$

§ 2. В качестве примера приведем результаты наблюдений, произведенных нами в Физической Лаборатории Академии Наук в 1913 году.

Постоянные для коромысла I нашего прибора имели следующие численные значения:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{K}{\tau} = 35.900, \quad b_1 = \frac{mhl}{\tau} = 53930, \\ m &= 29,30 \text{ гр.}, \\ h &= 64,5 \text{ сант.}, \\ l &= 19,52 \text{ сант.}, \\ \tau &= 0,684, \\ A &= 34,0 \text{ сант.}. \end{aligned}$$

Приняв для коромысла II те же значения постоянных a'_1 и b'_1 , как и для коромысла I, т. е. положив $a'_1 = a_1$ и $b'_1 = b_1$, имеем на основании формул (71):

$$(73) \quad \left\{ \begin{array}{l} a = a' = 136,3 \cdot 10^{-9}; \quad \log a = 7,1346, \\ b = b' = 224,7 \cdot 10^{-9}; \quad \log b = 7,3110. \end{array} \right.$$

В нижеследующей таблице 3 сопоставлены результаты четырех опытов, произведенных в Лаборатории; причем опыты № 1 и № 2 были произведены ночью, а № 3 и № 4 — днем,

Таблица 3.

	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4
$y_0 = \dots \dots \dots$	— 1,866 сант.	— 1,862 сант.	— 1,864 сант.	— 1,860 сант.
$y_1 = \dots \dots \dots$	— 2,268 »	— 2,264 »	— 2,262 »	— 2,260 »
$y_2 = \dots \dots \dots$	— 1,966 »	— 1,964 »	— 1,954 »	— 1,962 »
$\Delta_1 y = \dots \dots \dots$	— 0,402 »	— 0,402 »	— 0,398 »	— 0,400 »
$\Delta_2 y = \dots \dots \dots$	— 0,100 »	— 0,102 »	— 0,090 »	— 0,102 »
$y'_0 = \dots \dots \dots$	+ 1,874 »	+ 1,868 »	+ 1,870 »	+ 1,916 »
$y'_1 = \dots \dots \dots$	+ 2,288 »	+ 2,280 »	+ 2,284 »	+ 2,332 »
$y'_2 = \dots \dots \dots$	+ 2,060 »	+ 2,052 »	+ 2,050 »	+ 2,098 »
$\Delta_1 y' = \dots \dots \dots$	+ 0,414 »	+ 0,412 »	+ 0,414 »	+ 0,416 »
$\Delta_2 y' = \dots \dots \dots$	+ 0,186 »	+ 0,184 »	+ 0,180 »	+ 0,182 »
$\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \cdot 10^9 = \dots \dots$	— 6,68	— 6,27	— 7,22	— 6,54
$\left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \cdot 10^9 = \dots \dots$	+ 17,49	+ 17,01	+ 17,48	+ 15,12
$\frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} \cdot 10^9 = \dots \dots$	+ 50,07	+ 49,98	+ 49,18	+ 49,99
$\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} \cdot 10^9 = \dots \dots$	+ 41,71	+ 41,55	+ 42,66	+ 41,87

Средние значения:

$$(74) \quad \begin{cases} P = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = -6,88 \cdot 10^{-9}, \\ Q = \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = +16,77 \cdot 10^{-9}, \\ R = \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial z} = +49,80 \cdot 10^{-9}, \\ S = \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial z} = +41,95 \cdot 10^{-9}. \end{cases}$$

Как видно из таблицы, найденные из четырех различных опытов численные значения P , Q , R и S отличаются от среднего вообще не более, чем на несколько единиц десятого десятичного знака, что показывает дости-

жимую степень точности. Исключение составляет значение Q в опыте № 4, но здесь необходимо принять во внимание, что наблюдение это произведено в дневные часы при отсутствии надлежащего покоя в Лаборатории. Таким образом, можно утверждать, что при соблюдении надлежащих условий покоя в помещении, наблюдения с вариометром дают численные значения P , Q , R и S с точностью $\pm 1.10^{-9}$ С. Г. С.

§ 3. Приведенные численные значения вторых производных относятся к координатной системе, в которой ось x -ов совпадает с направлением магнитного меридиана. Легко однако вычислить значения производных по отношению к так называемой геоидической системе координат, в которой ось z , как и в предыдущих рассуждениях, совпадает с направлением отвеса в данной точке и направлена вниз; оси же x' и y' лежат в горизонтальной плоскости и направлены соответственно по географическому меридиану к S и по первому вертикалу к E . Система (x', y', z) получается из системы (x, y, z) вращением последней вокруг оси z на угол D , численно равный магнитному склонению в данной точке. В соответствии со сделанным нами выбором положительного вращения, угол D следует считать положительным в случае восточного склонения и отрицательным — в случае западного. Значения выражений (64), отнесенные к геоидической системе, обозначим через P' , Q' , R' и S' .

Мы имели в координатной системе (x, y, z) :

$$(66) \dots \theta = a_1 P \cos 2\varphi_0 + \frac{a_1}{2} Q \sin 2\varphi_0 + b_1 R \cos \varphi_0 - b_1 S \sin \varphi_0.$$

В системе (x', y', z') азимуты отсчитываются от оси x' -ов; поэтому, переходя к этой системе координат, в (66) надо заменить φ_0 через $\varphi_0 - D$. В таком случае:

$$(75). \dots \left\{ \begin{array}{l} \theta = a_1 P' \cos 2(\varphi_0 - D) + \frac{a_1}{2} Q' \sin 2(\varphi_0 - D) + \\ + b_1 R' \cos (\varphi_0 - D) - b_1 S' \sin (\varphi_0 - D). \end{array} \right.$$

Сравнивая правые части уравнений (66) и (75), получим следующие формулы преобразования количеств P , Q , R и S к новой системе координат:

$$(76) \dots \left\{ \begin{array}{l} P = \cos 2D \cdot P' - \frac{1}{2} \sin 2D \cdot Q' \\ Q = 2 \sin 2D \cdot P' + \cos 2D \cdot Q' \\ R = \cos D \cdot R' + \sin D \cdot S' \\ S = -\sin D \cdot R' + \cos D \cdot S' \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} P' = \cos 2D \cdot P + \frac{1}{2} \sin 2D \cdot Q \\ Q' = -2 \sin 2D \cdot P + \cos 2D \cdot Q \\ R' = \cos D \cdot R - \sin D \cdot S \\ S' = \sin D \cdot R + \cos D \cdot S. \end{array} \right.$$

Для Петрограда (Павловск) $D = 0^\circ 40' E$. На основании формул (76) найдем:

$$\begin{aligned} P' &= -6,48 \cdot 10^{-9}, \\ Q' &= +16,61 \cdot 10^{-9}, \\ R' &= +49,31 \cdot 10^{-9}, \\ S' &= +42,53 \cdot 10^{-9}. \end{aligned}$$

§ 4. Необходимая степень точности определения постоянных вариометра. В предыдущем параграфе мы установили, что предельной точностью определения вторых производных от потенциала силы тяжести при помощи гравитационного вариометра можно считать $\pm 1 \cdot 10^{-9}$ С. Г. С. Этот предел точности обусловливается остаточным закручиванием нити, влиянием температуры на упругие свойства нити, наличием тепловой конвекции в приборе, трудностью измерения ординат точнее, чем до $\pm 0,04$ сант. и т. п. На основании приведенных числовых данных можно подсчитать, с какою точностью необходимо знать постоянные прибора a и b , а тем самым и с какою точностью определять из опыта величины τ и T , о которых говорилось в главе III.

Назовем через δa и δb ошибки в определении постоянных a и b , а через δP , δQ , δR и δS — вызываемые этими ошибками изменения численных значений величин P , Q , R , S ; для краткости письма примем далее обозначения:

$$(78) \dots \Delta_2 y - \Delta_1 y = s; \quad \Delta_2 y - \Delta_1 y = d.$$

Полагая для простоты $a = a'$ и $b = b'$, на основании формул (70), имеем:

$$\delta b_p = -\frac{3}{s+s'} \delta P,$$

$$\delta b_q = \frac{\sqrt{3}}{2(d+d')} \delta Q,$$

$$\delta a_r = -\frac{3}{s-s'} \delta R,$$

$$\delta a_s = \frac{\sqrt{3}}{d-d'} \delta S.$$

Полагая $\delta P = \delta Q = \delta R = \delta S = \pm 1 \cdot 10^{-9}$ и заимствуя из таблицы 3 численные значения для s и d , найдем, что:

$$\delta b_p = \pm 30,6 \cdot 10^{-9},$$

$$\delta b_q = \pm 11,7 \cdot 10^{-9},$$

$$\delta a_R = \pm 2,7 \cdot 10^{-9},$$

$$\delta a_s = \pm 3,3 \cdot 10^{-9}.$$

Из формул (71) при предположении $a = a'$ и $b = b'$ имеем:

$$\delta\tau = 4A mhl. \delta a = \pm 0,014,$$

$$\delta \left(\frac{\tau}{K} \right) = 4A \cdot \delta b = \pm 1,6 \cdot 10^{-6}.$$

Мы имели:

$$\frac{\tau}{K} = \frac{4\pi^2}{T_1 \cdot T_2},$$

где T_1 и T_2 — периоды колебания крутильных весов в двух каких-либо взаимно-перпендикулярных азимутах.

Полагая

$$T_1 = T_2 \quad \text{и} \quad \frac{\tau}{K} = \frac{4\pi^2}{T^2},$$

имеем ($T = 1190^s$):

$$\delta T = - \frac{T^3}{8\pi^2} \delta \left(\frac{\tau}{K} \right) = \pm 34^s.$$

Таким образом, для вычисления величин P , Q , R и S с точностью до $\pm 1 \cdot 10^{-9}$ С. Г. С. достаточно определить из опыта: τ с точностью до $\pm 0,01$ и T с точностью до $\pm 30^s$.

Это последнее обстоятельство, а именно что значение периода T достаточно знать с точностью лишь до 30^s на первый взгляд как будто лишает смысла весь анализ, произведенный нами выше относительно способов определения постоянной $\frac{\tau}{K}$, так как при определении T с точностью всего лишь до 30^s нет надобности в установке инструмента в двух различных азимутах и в применении указанных в главе III особых приемов.

Такое заключение было бы однако ошибочным. В самом деле, период T достаточно определить с указанной точностью (до 30^s) лишь в том случае, если значением T необходимо воспользоваться лишь для вычисления $\frac{\tau}{K}$, причем вторая постоянная τ определяется из самостоятельного опыта. Может однако случиться, особенно при полевых наблюдениях, что тонкая крутильная нить порвется и будет заменена новой нитью; предпринимать определение τ в условиях полевой работы не всегда оказывается возмож-

ным; но если известен с достаточной точностью момент инерции K , то τ может быть найдено просто из отношения $\frac{\tau}{K}$ для новой нити, т. е. из наблюдения только периодов.

Итак, имеем:

$$\tau = \frac{\tau}{K} K$$

$$\delta\tau = \frac{\tau}{K} \cdot \delta K + K \delta \left(\frac{\tau}{K} \right) = \frac{4\pi^2}{T^2} \delta K - K \frac{8\pi^2}{T^3} \delta T.$$

Так как период T определяется в поле, при отсутствии необходимых лабораторных принадлежностей, то точность его определения следует положить равной порядка $\pm (6^\circ - 7^\circ)$, что при $T = 1190^\circ$ даст $\frac{d\tau}{dT} \delta T = \pm 0,008$. Таким образом, чтобы получить $\delta\tau$ с точностью $\pm 0,01$ необходимо, чтобы $\frac{d\tau}{dK} \cdot \delta K$ вообще не превосходило $0,002$; откуда $\delta K = \pm 72$ (С. Г. С.). Но K , как мы видели в главе III, в свою очередь находится из отношения $\frac{\tau}{K}$ по известной для данной нити из лабораторных опытов постоянной τ и, как легко подсчитать, для вычисления K с требуемой степенью точности (± 72) необходимо при лабораторном исследовании инструмента определить период T с точностью до $\pm 1^\circ 7$.

Сопоставляя изложенное и округляя числа, приходим к следующему заключению:

1) При лабораторном исследовании инструмента необходимо определить: а) постоянную кручения с точностью до $\pm 0,01$ (С. Г. С.), б) периоды колебания T_1 и T_2 в двух взаимно-перпендикулярных азимутах с точностью до $\pm 1^\circ 5$.

2) В случае постановки новой нити в инструменте, подвергшемся ранее лабораторному исследованию с указанной степенью точности, достаточно определить только период колебания и притом с точностью лишь до $\pm 6^\circ$.

Вычисление положения равновесия кривильных весов по измеренным ординатам кривой собственного движения.

П. М. Никифоров.

При полевых наблюдениях с гравитационным вариометром Eötvös'a во время экспедиций желательно вообще по возможности сократить продолжительность отдельных наблюдений, как в виду краткости времени, которым можно располагать во время экспедиции, так и для сокращения расхода энергии аккумуляторной батареи, дающей ток для освещения при фотографической регистрации, так как зарядка аккумуляторов во время экспедиции сопряжена с затруднениями или иногда даже невозможна.

Обычно, при наблюдениях с вариометром выждают полного успокоения коромысла после поворота в новый азимут, на что необходимо около двух с половиною часов и затем регистрируют в течение еще получаса нулевое положение успокоившегося коромысла; таким образом общая продолжительность одного наблюдения равняется 3 часам, а вся серия наблюдений в 3 азимутах отнимает 9 часов, причем все это время расходуется энергией аккумуляторной батареи. Вместе с тем, в течение столь продолжительного срока и температура прибора, установленного в поле, успеет измениться в значительной мере.

Продолжительность наблюдений можно сократить по крайней мере вдвое, если, не ожидая полного успокоения коромысла, вычислять его положение равновесия по последовательным амплитудам его собственных колебаний, регистрируемых на фотографической пластинке.

Ниже приводятся необходимые формулы и дается ряд примеров, доказывающих полную надежность получаемых результатов.

Дифференциальное уравнение собственного движения коромысла крутых весов, колеблющихся вокруг вертикальной оси вращения, имеет вид:

где ω обозначает угол отклонения коромысла от положения равновесия, а ϵ и n суть две постоянные, определяемые наперед из опыта.

Назовем через $y = 2A\omega$ ординату кривой, воспроизводимой на фотографической пластинке (A —длина оптического рычага). Тогда для y будем иметь дифференциальное уравнение очевидно того же вида, как и для ω :

Общий интеграл уравнения (2) для случая $\varepsilon < n$, что на самом деле всегда имеет место в интересующем нас приборе, представляется под видом:

$$y = e^{-\epsilon t} \{ \Gamma_1 \cos \gamma t + \Gamma_2 \sin \gamma t \}, \dots \dots \dots \quad (3)$$

Назовем через a максимальную амплитуду кривой, изображающей уравнение (3), и счет времени начнем с момента достижения этой амплитуды. Таким образом, начальные условия следующие:

В таком случае

$$\Gamma_1 = a, \quad \Gamma_2 = \frac{\varepsilon}{\gamma} a,$$

и уравнение кривой принимает вид:

$$y = ae^{-\epsilon t} \left\{ \cos \gamma t + \frac{\epsilon}{\gamma} \sin \gamma t \right\} \dots \dots \dots \quad (6)$$

Обозначим через $T = \frac{2\pi}{\gamma}$ период собственных крутильных колебаний коромысла. y будет принимать максимальные абсолютные значения в моменты времени:

$$t_k = \frac{kT}{2} \quad . \quad \left. \right\} \dots, \dots, \dots \quad (7)$$

$k = 0, 1, 2, \dots$

Далее назовем через y_0, y_1, \dots, y_k значения ординат кривой, отсчитываемых от прямой линии, соответствующей положению равновесия. В таком случае:

$$y_0 = a, y_1 = -ae^{-\frac{\epsilon T}{2}}, y_2 = ae^{-\frac{\epsilon T}{2}}, \dots, y_k = ae^{-\frac{\epsilon T}{2}}(-1)^k.$$

Условимся в дальнейшем отсчитывать ординаты не от прямой равновесия, которую предполагаем неизвестной, а от параллельной ей прямой, вычерчиваемой на фотографической пластинке от неподвижного зеркала. Отсчитанные таким образом ординаты будем обозначать через z .

Пусть d — искомое расстояние прямой равновесия от прямой неподвижного зеркала. В таком случае:

$$z_0 = d + a, z_1 = d - ae^{-\frac{\epsilon T}{2}}, z_2 = d + ae^{-\frac{\epsilon T}{2}}, \dots, z_k = d + ae^{-\frac{\epsilon T}{2}}(-1)^k.$$

Все z_k даются непосредственным измерением кривой на пластинке. Неизвестными являются:

$$d, a \text{ и } e^{-\frac{\epsilon T}{2}} = b.$$

Для их вычисления достаточно снять три ординаты: z_k, z_{k+1} и z_{k+2} . Подлежащая решению система уравнений такова:

$$\left. \begin{array}{l} z_k - d = ab^k (-1)^k \\ z_{k+1} - d = ab^{k+1} (-1)^{k+1} \\ z_{k+2} - d = ab^{k+2} (-1)^{k+2} \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (8)$$

Отсюда:

$$d = \frac{z_k \cdot z_{k+2} - z_{k+1}^2}{z_k + z_{k+2} - 2z_{k+1}}. \dots \dots \dots \quad (9)$$

Пример. Измерению подвергнута одна из оригинальных записей вариометра, на которой зарегистрированы как собственные колебания коромысла, так и его положение равновесия, после полного успокоения, причем для каждого азимута продолжительность наблюдения составляла 3 часа. Сняты были последовательные ординаты z_k и кроме того непосредственно d_0 .

Измеренные значения, выраженные в мм. следующие:

$\alpha =$	180°	300°	60°	240°	120°	0°
$z_0 =$	9,48	27,56	10,30	4,70	14,16	9,62
$z_1 =$	23,88	20,43	26,16	27,50	27,16	23,52
$z_2 =$	16,00	24,15	17,48	15,33	20,12	15,99
$z_3 =$	20,36	22,14	22,24	21,89	23,94	20,07
$z_4 =$	17,92		18,62	18,34	21,88	17,86
$z_5 =$	19,22					
$d_0 =$	18,76	22,84	20,54	19,60	22,60	18,60

Вычисляя d по формуле (9) получим:

$k \backslash \alpha$	180°	300°	60°	240°	120°	0°
0	18,78	22,88	20,55	19,56	22,60	18,64
1	18,78	22,86	20,56	19,59	22,60	18,64
2	18,77		20,54	19,59	22,60	18,63
3	18,78					

Ср. выч. $d = 18,78$ 22,87 20,55 19,58 22,60 18,64
 Набл... $d_0 = 18,76$ 22,84 20,54 19,60 22,60 18,60

Если принять во внимание, что измерение z_k и d на компараторе возможно было лишь с точностью до $\pm 0,04$ мм., то результат вычисленный следует признать вполне совпадающим с наблюденным. Заметим, что промежуток времени от начала движения до момента, соответствующего последней измеренной ординате z_5 , составлял в каждом азимуте всего лишь 1 час 30 минут. Таким образом, применяя изложенный выше способ определения d , срок наблюдений можно сократить по крайней мере вдвое, так как оказывается возможным переставлять инструмент в новый азимут, не выжидая полного успокоения коромысла.

В заключение заметим, что Cavendish при своих знаменитых опытах с крутильными весами для определения средней плотности земли также вычислял среднее положение коромысла по крайним размахам его (Phil. Trans. 1798, p. 469), признавая этот прием не только более быстрым, но и более точным по сравнению с отсчетом положения равновесия уже успокоившегося коромысла. При своих вычислениях Cavendish исходил однако из допущения, что амплитуды затухающих колебаний коромысла убывают в арифметической прогрессии, и его формула при наших обозначениях будет иметь вид:

$$d = \frac{1}{2} \left\{ z_{k+1} + \frac{z_k + z_{k+2}}{2} \right\} \dots \dots \dots \quad (10)$$

В пределах точности измерений Cavendish'a и при малости затухания в его опытах, насколько об этом можно судить по некоторым приведенным в названной статье примерам, формула (10) дает тот же результат, как и наша формула (9), но в приложении к крутильным весам Eotvös'a формула (10) непригодна. Так, вычисляя d по формуле (10) для $\alpha = 120^\circ$ находим:

$$k = 0 \quad d = 22,15$$

$$k = 1 \quad 22,83$$

$$k = 2 \quad 22,47$$

$$\text{Среднее} \quad \underline{\quad 22,48 \quad}$$

При обработке наблюдений с гравитационным вариометром приходится оперировать не с самими величинами d , а с разностями их значений в различных азимутах, причем эти разности бывают порядка 1 мм. Вычисленные по формуле (10) значения d , как и следовало ожидать, колеблются в ту и другую сторону около истинного значения, причем ошибка среднего результата составляет до 10% от наблюдаемой величины, отдельные же результаты дают ошибку до 30%. Формула же (9), как мы видели, дает вполне точные результаты.

К вопросу о затухании гармонического колебательного движения.

И. Бовр.

В излагаемой здесь экспериментальной работе изучался случай жидкого затухания, т. е. к стержню маятника прикреплялись пластинки, которые при колебаниях маятника, перемещались в жидкости, вызывая затухание. При чем преследовалась двойная цель: с одной стороны изучалось как приспособить это затухание для того, чтобы оно вполне соответствовало сейсмометрическим требованиям, с другой стороны исследовалась зависимость коэффициента затухания от физических свойств жидкости и от различного положения этих подвижных поверхностей в жидкости. Силы сопротивления движению маятника зависят от его угловой скорости; давая маятнику небольшие отклонения мы можем пренебречь зависимостью сопротивляющихся сил от высших степеней угловой скорости. Рассмотрим два простейших случая: когда силы сопротивления пропорциональны первой степени скорости и когда эта зависимость выражается бимониальным членом

$$f = av + bv^3$$

и решим уравнение движения маятника для этих двух случаев.

Вводя в уравнение колебаний маятника момент сил сопротивления, получаем следующие уравнения:

$$\theta'' + 2\varepsilon\theta' \pm k\theta^{1/2} + n^2\theta = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

где θ обозначает угловое отклонение маятника.

(Знаки $(+)$ или $(-)$ в уравнении (2) берутся в зависимости от того, как происходит колебание — в положительном или отрицательном направлении).

Считая время с того момента, когда θ достигает своего крайнего положительного значения θ_0 , имеем $(\theta')_0 = 0$ и начальные условия для $t = 0$ будут следующие

$$\theta = \theta_0 \text{ и } \theta' = 0.$$

Решаем первое уравнение:

$$\theta'' + 2\varepsilon\theta' + n^2\theta = 0.$$

Предположим, что $\varepsilon < n$, тогда решение этого уравнения будет:

$$\theta = \theta_0 e^{-\varepsilon t} \left(\cos n_1 t + \frac{\varepsilon}{n_1} \sin n_1 t \right) \dots \dots \dots \quad (3)$$

$$n_1 = \sqrt{n^2 - \varepsilon^2}.$$

Считая $T = \frac{2\pi}{n_1}$ за период полного колебания, получаем для абсолютных величин последующих отклонений:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \theta_0 e^{-\frac{\varepsilon T}{2}}, \quad \theta_2 = \theta_0 e^{-\frac{2\varepsilon T}{2}} \dots \dots \theta_m = \theta_0 e^{-\frac{m\varepsilon T}{2}}, \\ \theta_{m+1} &= \theta_0 e^{-\frac{(m+1)\varepsilon T}{2}} \dots \dots \end{aligned}$$

т. е. последовательные амплитуды убывают постепенно в геометрической прогрессии. Отношение абсолютных величин двух каких-нибудь рядом стоящих максимальных амплитуд называется коэффициентом затухания. Обозначая коэффициент затухания через v , получаем:

$$v = \frac{\theta_0}{\theta_1} = \frac{\theta_1}{\theta_2} \dots \dots = \frac{\theta_m}{\theta_{m+1}} = \dots = e^{\frac{\varepsilon T}{2}} \dots \dots \quad (4)$$

десятичный логарифм от v , т. е. логарифмический декремент равен:

$$\Lambda = \frac{\varepsilon T}{2} \lg_{10} e = \frac{\pi \varepsilon}{n_1} \lg_{10} e \dots \dots \dots \quad (5)$$

т. е. логарифмический декремент есть тоже величина постоянная.

Если бы маятник не обладал никаким затуханием, то $\varepsilon = 0$ и $n_1 = n$ и следовательно $v = 1$ и $T = T_0 = \frac{2\pi}{n}$, т. е. кривая движения маятника была бы обыкновенной синусоидой с периодом $T_0 = \frac{2\pi}{n}$.

T_0 — есть собственный период движения маятника при отсутствии всякого затухания при чем

$$T > T_0, \quad (n_1 = \sqrt{n^2 - \epsilon^2})$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{n} = \frac{2\pi}{\sqrt{n_1^2 + \varepsilon^2}} = \frac{2\pi}{n_1} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\varepsilon^2}{n_1^2}}}$$

и окончательно

Имея период T и λ , можно всегда выяснить T_0 , так как отношение $\frac{\epsilon}{n_1}$ определяется из выражения (5) для λ .

Решаем (2) уравнение. Согласно принятым начальным условиям уравнение это будет для первого полу-колебания $\theta'' + 2\epsilon\theta' + n^2\theta - k\theta'^2 = 0$.

Это уравнение точно не решается и потому решаем его приближенно по методу Пуассона¹⁾. Разлагаем θ в ряд по возрастающим степеням θ_0 (значение θ в любой момент есть функция от t и θ_0).

Получим

$$\theta = \theta_0 \Phi_1(t) + \theta_0^2 \Phi_2(t) + \theta_0^3 \Phi_3(t) + \dots \dots \dots \quad (7)$$

где $\Phi_1(t)$, $\Phi_2(t)$, $\Phi_3(t)$ и т. д. суть неизвестные функции времени, которые определяем таким образом, чтобы они удовлетворяли уравнению (2) и начальным условиям:

при $t = 0$ $(\theta)_0 = \theta_0$ и $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 = 0$.

Для этого надо, чтобы $(\Phi_2)_0 = (\Phi_3)_0 = \dots = 0$ и

$$\left(\frac{d\Phi_1}{dt}\right)_0 = \left(\frac{d\Phi_2}{dt}\right)_0 = \left(\frac{d\Phi_3}{dt}\right)_0 = \dots = 0, \quad a(\Phi_1)_0 = 1. \dots \quad (8)$$

Дифференцируя выражение (7) получаем θ' и θ'' , и подставляем значения θ , θ' и θ'' в уравнение (2), ограничивая наше приближение двумя первыми степенями θ_0 — высшими степенями в виду малости отклонений пренебрегаем. Получаем уравнение:

$$\theta_0(\Phi_1'' + 2\varepsilon\Phi_1' + \Phi_1 n^2) + \theta_0^2(\Phi_2'' + 2\varepsilon\Phi_2' + n^2\Phi_2 - k\Phi_1'^2) = 0 \quad (9)$$

1) Метод решения этого уравнения заимствован из статьи А. Н. Крылова: «Théorie générale des oscillations du navire sur une mer houleuse».

Уравнению (7) должны удовлетворять всякие значения θ_0 и поэтому полученное уравнение (9) есть тождество, справедливо при всяких значениях θ_0 . Отсюда:

$$\left. \begin{array}{l} \Phi_1'' + 2\epsilon\Phi_1' + n^2\Phi_1 = 0 \\ \Phi_2'' + 2\epsilon\Phi_2' + n^2\Phi_2 = k\Phi_1'^2 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{и для } t=0 \ (\Phi_1)_0 = 1 \ (\Phi_1')_0 = 0 \\ (\Phi_2)_0 = 0 \ (\Phi_2')_0 = 0 \end{array} \quad .(10)$$

Решая первое уравнение, получаем

$$\Phi_1 = e^{-\epsilon t} \left(\cos n_1 t + \frac{\epsilon}{n_1} \sin n_1 t \right) \quad(11)$$

где

$$n_1^2 = n^2 - \epsilon^2 \text{ и } n_1 = + \sqrt{n^2 - \epsilon^2}$$

Из второго уравнения получим Φ_2 , заменив в нем предварительно Φ_1 полученным выше значением.

$$\Phi_2'' + 2\epsilon\Phi_2' + n^2\Phi_2 = \frac{kn^4}{2n_1^2} e^{-2\epsilon t} (1 - \cos 2n_1 t) \quad(12)$$

Общий интеграл уравнения (12) будет:

$$\begin{aligned} \Phi_2 = & e^{-\epsilon t} \{ C_1 \cos n_1 t + C_2 \sin n_1 t \} + A e^{-2\epsilon t} + \\ & + e^{-2\epsilon t} \{ B \cos 2n_1 t + D \sin 2n_1 t \} \quad(13) \end{aligned}$$

Имея в виду, что отношение $\frac{\epsilon^2}{n^2}$, вообще говоря, очень мало, можно им пренебречь и считать приблизительно $n_1 = n$; тогда получаем следующие значения произвольных постоянных:

$$A = \frac{k}{2}; \quad B = \frac{k}{6}, \quad D = \frac{2}{9} \frac{\epsilon k}{n}, \quad C_1 = -\frac{2}{3} k, \quad C_2 = \frac{2k\epsilon}{9n}.$$

В таком случае:

$$\begin{aligned} \theta = & e^{-\epsilon t} \left\{ \left(\theta_0 - \frac{2}{3} k\theta_0^2 \right) \cos nt + \left(\frac{\epsilon\theta_0}{n} + \frac{2}{9} \frac{k\epsilon}{n} \theta_0^2 \right) \sin nt \right\} + \\ & + e^{-2\epsilon t} \left[\frac{k\theta_0^2}{2} + \frac{k\theta_0^2}{6} \cos 2nt + \frac{2}{9} \frac{k\epsilon}{n} \theta_0^2 \sin 2nt \right] \quad(14) \end{aligned}$$

Маятник достигает наибольшего отклонения в момент, определяемый уравнением:

$$\begin{aligned} \theta' = 0 = & e^{-\epsilon t} \left\{ \frac{8}{9} k\epsilon\theta_0^2 \cos nt - (n\theta_0 - \frac{2}{3} \epsilon k\theta_0^2) \sin nt \right\} + \\ & + e^{-2\epsilon t} \left\{ -\epsilon k\theta_0^2 + \frac{1}{9} \epsilon k\theta_0^2 \cos 2nt - \frac{1}{3} nk\theta_0^2 \sin 2nt \right\} \quad(15) \end{aligned}$$

где ввиду малости отношения $\frac{\epsilon^2}{n^2}$, заменяем $n^2 - \epsilon^2$ через n^2 .

✓ Приближенное значение наименьшего корня этого уравнения будет равно $\frac{\pi}{n}$. Точное его значение найдем, если подставим в уравнение (15) вместо nt величину $\pi + v$, где v есть малая величина высшего порядка.

Затем разложим $\sin(\pi + v)$ и $\cos(\pi - v)$ в ряды, при чем квадратами v и произведениями vk вследствие их малости пренебрегаем.

Выполнив это найдем:

отсюда

$$t = \frac{1}{n}(\pi + \nu) = \frac{1}{n}\left(\pi + \frac{16}{9}\frac{k\varepsilon}{n}\theta_0\right)$$

и в общем случае

$$t = \frac{1}{n} \left(\pi + \frac{16}{9} \frac{k\epsilon}{n} \theta_m \right),$$

т. е. полупериод колебания

$$\frac{T}{2} = \frac{1}{n} \left(\pi + \frac{16}{9} \frac{k\varepsilon}{n} \theta_m \right) \dots \dots \dots \quad (17)$$

Значит, при сопротивлении, зависимость которого от скорости выражается формулой $av - bv^2$, период колебаний маятника увеличивается. Он больше собственного периода колебаний маятника, при чем это увеличение зависит от абсолютной величины амплитуды размахов: чем больше амплитуда, тем больше изменение периода.

Рассмотрим еще, как изменяется в этом случае затухание.

Найдем логарифмический декремент и посмотрим, от чего он зависит.

Так как величина ν очень мала, то примем $t = \frac{\pi}{n}$ за значение наименьшего корня уравнения (15) и подставим это значение t в уравнение (14). Получаем:

$$\theta_1 = - \left[\theta_0 - \frac{2}{3} \varepsilon \theta_0^2 \right] e^{-\frac{\epsilon \pi}{n}} + \frac{2}{3} e^{-\frac{2\epsilon \pi}{n}} k \theta_0^2 = \\ = - \theta_0 e^{-\frac{\epsilon \pi}{n}} \left[1 - \frac{2}{3} k \theta_0 \left(1 + e^{-\frac{\epsilon \pi}{n}} \right) \right],$$

Для какого угодно отклонения получим подобное выражение:

$$\theta_{m+1} = -\theta_m e^{-\frac{\epsilon\pi}{n}} \left[1 - \frac{2}{3} k \theta_m \left(1 + e^{-\frac{\epsilon\pi}{n}} \right) \right] \dots \dots \quad (18)$$

пользовались отдельной нулевой линией, вычерчиваемой неподвижным штифтом и на этой линии делались метки времени через каждую секунду.

Максимальные угловые отношения маятника при перемещении системы пластинок достигали $24'$.

При движении 1 пластинки по нормали отношения были больше — достигали иногда $50'$.

Переходим к описанию результатов опытов.

I. Опыты с одной пластинкой, перемещающейся в собственной плоскости. Результаты измерения кривых следующие:

Воздух.	Вода.	Масло.
$T = 2^{\circ}67$	$2^{\circ}68$	$2^{\circ}70$
$\lambda = 0,00019$	$0,0025$	$0,0248$

Согласно выведенным раньше формулам, коэффициент затухания и логарифмический декремент — величины постоянные для различных интервалов кривых — амплитуды колебаний убывают в геометрической прогрессии.

Затухание здесь настолько мало, что оно не годится для сейсмометрических целей — к быстрому уничтожению собственного движения маятника.

II. Опыты с системою пластинок, которая передвигается параллельно другой системе неподвижных пластинок.

Сначала был произведен ряд опытов с 5 пластинками. Получились следующие результаты:

Воздух.	Вода.	Масло.
$T = 2^{\circ}68$	$2^{\circ}71$	$2^{\circ}75$
$\lambda = 0,00029$	$0,0162$	$0,3502$

При движении в воздухе и в воде период и логарифмический декремент постоянны как в предыдущем случае, но затухание мало.

При перемещении 5 пластинок в масле затухание значительно увеличивается; по величине оно становится вполне пригодным для нашей цели: после толчка маятник дает несколько быстро затухающих отклонений и затем вполне успокаивается.

Логарифмический декремент и период постоянны, по крайней мере при не слишком больших амплитудах; значит движение маятника в этом случае вполне соответствует уравнению:

$$\theta'' + 2\epsilon\theta' + n^2\theta = 0.$$

Теперь дальше для сейсмометрических измерений важно иметь возможность регулировать это затухание по мере надобности — увеличивать его и уменьшать. Для этого достаточно менять число пластинок.

Для примера приведем значение λ для трех исследованных нами случаев, когда число пластин равнялось соответственно 1, 3 и 5.

Число пластинок.	T_0	λ
1	2 ^o .68	0.0685
3	2.62	0.2305 $T = 2^o.67$
5	2.66	0.3502 $T = 2.74$

при этом λ оказывается приблизительно пропорциональным числу пластин.

Суммируя все сказанное, приходим к следующему заключению: затухание, вызываемое перемещением системы пластинок в масле, параллельно другой системе неподвижных пластинок, вполне применимо в сейсмометрии для уничтожения собственного движения прибора.

1. По величине это затухание вполне соответствует сейсмометрическим требованиям.
2. Движение маятника соответствует уравнению $\theta'' + 2\epsilon\theta' + n^2\theta = 0$, логарифмический декремент и период — величины постоянные.
3. Изменение числа пластинок не влияет на собственный период колебаний маятника.
4. Логарифмический декремент меняется пропорционально числу пластинок, поэтому, меняя соответствующим образом число подвижных пластинок, можем по мере надобности увеличивать или уменьшать затухание.

Все эти наблюдения производились при комнатной температуре: изменения температуры на несколько градусов в одну или другую сторону при таком положении пластинок не отражались на затухании.

III. Теперь исследуем движение маятника при перемещении пластиинки по нормали к ее поверхности.

Сначала пластинка двигалась в воздухе. При этом оказалось:

$$\lambda = 0.00032 \quad T = 2^o.69.$$

Затухание очень мало, всего лишь в $1\frac{1}{2}$ раза больше, чем при перемещении пластиинки параллельно самой себе в воздухе. Далее, λ и T не зависят от амплитуды.

В таблице I даны соответствующие значения λ для случаев движения в воде и масле.

Таблица I.

Масло. m_k	$t^\circ = 17^\circ 2$ λ	Вода. m_k	$t^\circ = 17^\circ 6$ λ
30.72 мм.		26.12 мм.	
19.76	0.1951	14.60	0.2525
13.68	0.1598	9.84	0.1714
10.28	0.1240	7.60	0.1122
7.76	0.1231	6.04	0.0998
6.16	0.1003	5.12	0.0717
4.84	0.1048	4.36	0.0698
3.96	0.0871	4.00	0.0374
3.04	0.1148	3.48	0.0605
2.48	0.0884	3.16	0.0419
1.92	0.1112		
1.56	0.0902		

По этим данным видно, что при больших амплитудах затухание больше; по мере уменьшения амплитуд затухание быстро убывает, а потом остается довольно постоянным. При чем, сравнивая эти данные, видим, что в воде затухание убывает гораздо быстрее, чем в масле: вначале здесь λ больше, чем при соответствующих амплитудах в масле, затем оно быстро убывает и при малых амплитудах, приблизительно около 4 мм. и ниже, маятник долго колеблется при ничтожном затухании.

В масле остаточное λ гораздо больше чем, в воде и вследствие этого колебания маятника успокаиваются гораздо быстрее.

Разница между затуханием в воде и в масле обусловлена различной вязкостью этих жидкостей.

Чтобы ближе исследовать этот вопрос был произведен ряд опытов при различных температурах воды и масла.

В таблице II даны результаты измерений этих кривых.

Там даны последовательные амплитуды, затем логарифмические декременты и полуperiоды.

Рассмотрим сначала данные для воды.

Опыты были произведены при температуре: $2^\circ 5$, $17^\circ 6$, $21^\circ 0$, $62^\circ 7$, $68^\circ 0$. При всех этих температурах λ убывают вместе с амплитудой сначала быстро, а потом — при малых амплитудах меняются мало, хотя все время заметна тенденция к убыванию.

При больших амплитудах самое большое λ при 17° , при 21° меньше, самое малое при 68° .

При малых амплитудах λ менялись не плавно, а скачками, но если принять во внимание, что при малых амплитудах ошибки в измерении сотых

долей миллиметра довольно сильно отражаются на логарифмических декрементах и малейшие, почти незаметные неправильности в положении нулевой линии, дают значительные ошибки, то можно принять, что эти скачки декрементов вызваны неточностью измерений и положения нулевой линии.

Для большей наглядности была изображена графически зависимость между λ и амплитудами при различных температурах. При больших амплитудах линии почти прямые, приблизительно с одинаковым наклоном; по мере уменьшения амплитуд они слегка загибаются книзу.

При больших амплитудах выше всех расположена кривая при 17° , затем при 21° и наконец при 68° , при малых амплитудах все кривые почти сливаются. Неправильность получилась только при низких температурах; кривая при 2° лежит ниже кривой при комнатной температуре. Несмотря на то, что при низкой температуре опыт повторялся несколько раз — все время получались такие неправильности — кривые декрементов либо совпадали с соответствующими кривыми при комнатных температурах, либо лежали ниже их, а не получались выше этих кривых, как следовало ожидать.

Таким образом при больших амплитудах можем считать зависимость между логарифмическими декрементами и амплитудами прямолинейной.

Тот факт, что логарифмический декремент меняется с температурой объясняется вполне изменением вязкости воды с температурой.

Вязкость воды — η (иначе коэффициент внутреннего трения воды) меняется следующим образом при изменении температуры:

t°	η (выражено в абсолютных единиц. $C^{-1} G S^{-1}$)
0°	0.018086 ¹⁾
17°	0.010939
21°	0.009922
60°	0.004865

для 17° , 21° и 68° получилось полное соответствие с этими данными — большей вязкости соответствовало большее затухание.

Не удалось только подтвердить того же для нулевых температур.

В общем вязкость воды очень мала и мало меняется с температурой, поэтому изменения температуры отражались на затухании только при больших амплитудах, при малых — разница между вязкостями неощущима и кривые для различных температур почти сливаются.

Рассмотрим теперь как меняется затухание при разных температурах парафинового масла.

1) Эти данные взяты из таблиц Landolt'a и Börnstein'a.

Рассматривая числа, данные в табл. II, видим, что с убыванием амплитуды λ убывает довольно быстро, а потом остается достаточно постоянным, при чем при 55° остаточное λ приблизительно такое же, как в воде, при 17° ; оно увеличивается и дальше по мере убывания температуры, остаточное λ также увеличивается.

Изобразив графически зависимость между логарифмическими декрементами и амплитудами при разных температурах масла, получим ряд кривых; выше всех расположена кривая при 0° , затем при 3° , еще ниже при $8^\circ, 10^\circ$ и т. д. до 55° . При чем при переходе от комнатных температур до нулевых затухание меняется очень значительно, при переходе от комнатных до 55° мало.

При больших амплитудах эти кривые обращаются в прямые, с одинаковым наклоном — параллельные друг другу.

При меньших же амплитудах кривая при 55° загибается книзу подобно кривым, выражющим зависимость между логарифмическими декрементами и амплитудами при движении пластинки в воде; при комнатной температуре кривая начинает слегка загибаться в противоположную сторону, дальше по мере убывания температуры эта часть кривых все более и более приближается к параллельной оси амплитуд — остаточное λ почти постоянно.

Причину изменения затухания в зависимости от температуры надо искать в изменении вязкости масла с температурой.

Для более подробного исследования этого вопроса был определен коэффициент вязкости парафинового масла при различных температурах. Получились следующие результаты:

t°	η
0°	2.81033
4°	2.3997
14°	1.5999
18°	0.8489
25°	0.4119
38°	0.1876

Эти данные вполне объясняют расположение наших кривых.

Суммируя все сказанное здесь о затухании, приходим к следующим заключениям: при движении пластинки по нормали к ее поверхности в воде и в масле, затухание не есть величина постоянная, а зависит от абсолютной величины амплитуды, причем логарифмический декремент с убыванием амплитуды сначала довольно быстро убывает, а потом становится почти постоянным. В воде это остаточное λ меньше и менее постоянно чем в масле; здесь

при малых амплитудах колебания продолжаются очень долго при ничтожном и все время немногого убывающем затухании. В масле вязкость больше, остаточное λ больше и почти постоянно, колебания затухают быстрее.

Затухание меняется с температурой; наибольшей величины достигает при низких температурах, с повышением температуры уменьшается. Эти изменения обусловлены аналогичными изменениями вязкости.

Изображая графически зависимость между логарифмическими декрементами и амплитудами, получаем при больших амплитудах — прямые линии, при меньших — зависимость более сложная.

Что касается периода, то при перемещении пластиинки по нормали к ее поверхности период гораздо больше, чем при перемещении пластиинки параллельно самой себе, и тем более гораздо больше, собственного периода колебаний маятника (разница на 0,3—0,4 секунды).

Возвращаясь к уравнению движения маятника (2), напомним, что из этого уравнения вытекает формула:

Эта формула подтвердилась у нас только при больших амплитудах; при малых же амплитудах зависимость оказалась более сложной.

Далее, мы имели:

Т. е. период должен быть больше собственного периода колебаний маятника. Это тоже подтверждается у нас на практике при перемещении пластиинки по нормали к ее поверхности.

Но из формулы (23) вытекает, что период должен убывать с убыванием амплитуды; этого у нас на практике не удалось подтвердить. Некоторый намек на это есть при движении пластинки в воде (табл. II); там первый период соответствующий наибольшим отложениям больше последующих, но при движении в масле подобной зависимости не удалось заметить.

На основании всего сказанного приходим к заключению, что при движении пластиинки по нормали к ее поверхности, зависимость силы сопротивления среды от угловой скорости движения маятника в первом приближении можно выразить формулой

$$f = a\theta' + b\theta'^2.$$

Эта формула не вполне соответствует этой зависимости и чтобы получить для неё более точное выражение, надо, повидимому, ввести в эту Формулу еще поправочный член, зависящий от высших степеней угловой скорости движения.

Таблица II.

В воде.

m_k	λ	$\frac{1}{2}T$	T	m_k	λ	$\frac{1}{2}T$	T
$t^\circ = 68^\circ 0$							
26.35 мм.	0.2127	1.482		26.04 мм.	0.2116		
16.15	0.1808	1.471	2.953	15.95	0.1459		
11.95	0.1112	1.420		11.40	0.1027		
9.25	0.0853	1.443		9.00	0.0909		
7.60	0.0746	1.430		7.30	0.0709		
6.40	0.0778	1.465	2.895	6.20	0.0722		
5.45	0.0794	1.420		5.25	0.0890		
5.00	0.0810	1.429		4.80	0.0748		
4.15	0.0159	1.410		4.04	0.0324		
4.00	0.0771	1.444	2.854	3.75	0.0555		
3.35	0.0267			3.30			
3.15	0.0435			3.04	0.0856		
2.85	0.0155			2.85	0.0281		
2.75	0.0591			2.75			
2.40	0.0185						
2.30	0.0293						
2.15	0.0102						
2.10							
$t^\circ = 21^\circ$							
$t^\circ = 17^\circ 6$							
25.25 мм.	0.2276	1.510		26.12 мм.	0.2525	1.523	
14.95	0.1474	1.449	2.959	14.60	0.1714	1.499	3.022
10.65	0.1161	1.420		9.84	0.1122	1.421	
8.15	0.0755	1.426		7.60	0.0998	1.461	2.882
6.85	0.0723	1.436		6.04	0.0717	1.443	
5.80	0.0610	1.472	2.908	5.12	0.0698	1.414	2.857
5.04	0.0589	1.425		4.36	0.0374	1.456	
4.40	0.0414	1.404		4.00	0.0605	1.454	2.910
4.00	0.0458	1.425		3.48	0.0419	1.422	
3.60	0.0512	1.432	2.857	3.16	1.426	2.848	
3.20	0.0222						
3.04	0.0281						
2.85	0.0398						
2.60							
$t^\circ = 2^\circ 5$							
25.60 мм.	0.2123	1.477					
15.70	0.1514	1.444	2.921				
11.08	0.1125	1.455					
8.55	0.0869	1.418	2.873				
7.00	0.0669	1.412					
6.00	0.0758	1.452	2.864				
5.04	0.0639	1.425					
4.35	0.0321	1.404	2.829				
4.04	0.0501	1.422					
3.60	0.0444	1.435	2.857				
3.25	0.0848						
3.00							

Таблица IIa.

В масле.

m_k	λ	$\frac{1}{2}T$	T	m_k	λ	$\frac{1}{2}T$	T
$t^\circ = 55.5$							
35.48	0.1906	1.461		30.72	0.1951		
22.88	0.1719	1.417	2.878	19.76	0.1598	1.439	
15.40	0.1171	1.404		18.68	0.1240	1.478	2.917
11.76	0.0899	1.413	2.817	10.28	0.1231	1.468	
9.56	0.0929	1.420		7.76	0.1003	1.476	2.944
7.72	0.0577	1.439	2.859	6.16	0.1048	1.476	
6.76	0.0695	1.443		4.84	0.0871	1.468	
5.76	0.0444	1.414	2.857	3.96	0.1148	1.509	
5.20	0.0532	1.404	2.850	3.04	0.0884	1.456	2.965
4.60	0.0273	1.446		2.48	0.1112		
4.32	0.0557			1.92	0.0902		
3.80	0.0284			1.56			
3.56	0.0463						
3.20	0.0232						
3.04							
$t^\circ = 17.2$							
$t^\circ = 12.0$							
$t^\circ = 10.0$							
$t^\circ = 8.0$							
41.36	0.2671	41.24	0.2776	39.60	0.2864		
22.36		MM.	21.76	20.48	0.2027		
14.36	0.1924		19.60	12.84			
10.20	0.1485		9.40	0.1604	8.64		
7.40	0.1394		6.68	0.1483	6.00		
5.52	0.1273		4.84	0.1400	4.20		
4.08	0.1312		3.44	0.1482	2.92		
3.16	0.1110		2.56	0.1284	2.16		
2.24	0.1495		1.80	0.1529	1.48		
1.76	0.1047		1.36	0.1218	1.08		
1.36	0.1120		1.00	0.1335	0.80		
1.04	0.1165						
$t^\circ = 0.0$							
$t^\circ = 5.0$							
41.48	0.3773	1.494		26.32	0.2407		
17.40	0.2767	1.489		15.12	0.2139		
9.20	0.2250	1.521		9.24	0.1875		
5.48	0.2734	1.456	2.977	6.00	0.1984		
2.92	0.1731			3.80	0.1648		
1.96	0.2923			2.60	0.2109		
1.00	0.1249			1.60	0.1249		
0.75				1.20	0.2041		
				0.75			

Микросейсмические движения по наблюдениям в 1914 году.

И. К. Бовр.

Кроме колебаний почвы, вызванных более или менее удаленными землетрясениями, наблюдаются при отсутствии всяких землетрясений совершенно особые, чрезвычайно характерные пульсации земной коры, которые отличаются замечательной правильностию и ритмичностию и особенно часто встречаются в зимние месяцы.

Эти колебания носят название микросейсмических колебаний 1 рода, они отмечаются как горизонтальными, так и вертикальными сейсмографами.

Интенсивность микросейсмических колебаний возрастает в зимние месяцы, падает в летние и на некоторых станциях летом они совершенно отсутствуют — сейсмограф чертит почти совершенно прямую линию.

Если от записи сейсмографа перейти к истинным периодам и смещениям точки земной поверхности, то оказывается, что период этих колебаний колеблется в пределах от 2^s до 10^s , а абсолютные величины амплитуды от сотых долей микрона до нескольких микронов.

Микросейсмические колебания 1 рода наблюдались везде, где только производились сейсмометрические наблюдения и не подлежит никакому сомнению, что эти колебания не местного происхождения, а обусловливаются пульсациями всей земной оболочки.

Вопрос о причине возникновения микросейсмических движений пока остается еще невыясненным и в данной работе не будет совершенно затрагиваться — здесь будут только сопоставлены результаты наблюдений, произведенных на 7 русских первоклассных станциях: в Пулкове, Екатеринбурге, Иркутске, Ташкенте, Тифлисе, Макеевке и Баку в течение 1914 г.

Все эти станции расположены на значительном расстоянии друг от друга и находятся в различных естественных условиях; две из них: Иркутск и Ташкент лежат внутри азиатского материка.

Сравнительное изучение микросейсмических колебаний по записям различных станций впервые произведено было за 1913 г. кн. Б. Б. Голицыным в работе «Микросейсмические движения» (изд. 1915 г.). К сожалению в записях различных станций за 1913 г. были большие пробелы и поэтому в исчерпывающей и весьма интересной по выводам работе кн. Б. Б. Голицына¹ могли быть использованы наблюдения не всех станций. Рассмотрены были полностью наблюдения лишь на 3 станциях: Пулковской, Ташкентской и Иркутской, наблюдения Тифлисской станции были рассмотрены за полгода, а Бакинской за несколько дней. За 1914 г. наблюдения в Пулкове, Екатеринбурге, Баку и Ташкенте были полные, в Макеевке, Иркутске и Тифлисе встречались перерывы в регистрации, но во всяком случае эти пробелы были не особенно велики и не мешали изучению микросейсмических колебаний на этих станциях.

Благодаря этому здесь обработаны за 1914 г. наблюдения всех станций, при чем обработка и изучение наблюдений производились по образцу вышеупомянутого труда кн. Б. Б. Голицына.

Наблюдения на всех этих станциях производились при помощи чувствительных апериодических сейсмографов системы кн. Б. Б. Голицына.

В Пулкове, Екатеринбурге, Макеевке, Тифлисе и Баку находятся 2 горизонтальных маятника, по одному для каждой составляющей и вертикальный, отмечающий смещения почвы в вертикальном направлении.

В Иркутске вертикальный маятник работал только 8 месяцев, был установлен 28 апреля 1914 г., в Ташкенте в 1914 г. вертикального маятника еще не было.

Периоды и амплитуды микросейсмических колебаний измерялись на всех станциях через каждые 6 часов среднего Гринвичского времени, а именно около 0^h, 6^h, 12^h и 18^h.

Измерения производились следующим образом:

Около данного выше часа с точностью до четверти часа, т. е. в пределах четверти часа до его наступления и четверти после наступления разыскивался на сейсмограммах для различных составляющих момент, в котором величины амплитуд малых колебаний по всем трем составляющим были наибольшие и для этого момента измерялись амплитуды и соответствующие периоды (которые в данный момент практически одинаковы для всех трех составляющих).

По этим данным вычислялись амплитуды истинного смещения почвы и обозначались: A_N — смещение в направлении $N-S$, A_E — смещение в направлении $E-W$ и A_Z — в вертикальном направлении.

¹ B. Galitzin (Golitsyn). Microseismic movements. Изв. П. Ц. С. К., т. 7, вып. III, стр. 97.

Результаты даются в микронах.

В данной работе рассмотрены следующие вопросы:

1. Повторяемость различных периодов колебаний.
2. Соотношение между периодами и амплитудами.
3. Годовой ход микросейсмических колебаний.
4. Одновременные изменения микросейсмических колебаний на различных станциях.
5. Некоторые особенности микросейсмических движений на различных станциях.
6. Общие выводы.

В добавлении к этой работе даны для всех станций таблицы, содержащие средние суточные значения периодов и амплитуд истинного смещения почвы за весь 1914 г.

§ 1.

Повторяемость различных периодов микросейсмических движений.

Для изучения относительной повторяемости различных периодов микросейсмических движений материал, данный сейсмическими станциями, обрабатывался следующим образом.

Периоды (одинаковые для всех трех составляющих) распределялись на группы: от 1 до 2 секунд, от 2 до 3 секунд и т. д. и высчитывалось сколько раз в течение всего года для каждой составляющей встречались периоды, принадлежащие к каждой из данных групп. (Получаются несколько отличные числа для разных составляющих, так как иногда по различным случайным причинам отсутствовали наблюдения для некоторых составляющих).

Таким образом получается абсолютная повторяемость периодов каждой группы, но нам важна не абсолютная, а относительная повторяемость и поэтому выражаем это число в процентах от полного числа случаев для данной составляющей.

Если через n_k обозначим абсолютную повторяемость периодов k -той группы, Σn_k — общее число случаев для данной составляющей, т. е. сумму абсолютных повторяемостей всех групп, то относительная повторяемость k -той группы

$$N_k = \frac{n_k}{\Sigma n_k} 100.$$

В таблицах I—VII для 7 сейсмических станций: Пулкова, Екатеринбурга, Иркутска, Ташкента, Тифлиса, Макеевки и Баку помещены следующие данные: в первом столбце пределы для T_p , затем значения $N\%$ для различных составляющих $N-S$, $E-W$ и Z , наконец среднее значение T_p

для данного промежутка и среднее значение $N\%$ для всех трех составляющих.

В конце таблицы дано полное число случаев для каждой из составляющих.

Таблица I.

Пулково.

Пределы для T_p	$N\%$			Средние значения	
	$N-S$	$E-W$	Z	T_p	$N\%$
2 ^s — 3 ^s	0.5	0.5	0.4	3.0	0.5
3 — 4	22.8	22.9	22.3	3.8	22.7
4 — 5	45.2	45.3	45.4	4.7	45.3
5 — 6	22.6	22.4	22.8	5.6	22.6
6 — 7	6.5	6.6	6.7	6.5	6.6
7 — 8	1.9	1.8	1.9	7.5	1.9
8 — 9	0.5	0.5	0.5	8.2	0.2
$\Sigma = 1391$		1413	1402		

Таблица II.

Екатеринбург.

Пределы для T_p	$N\%$			Средние значения	
	$N-S$	$E-W$	Z	T_p	$N\%$
3 ^s — 4 ^s	3.6	3.7	3.5	4.0	3.6
4 — 5	51.4	50.7	51.1	4.8	51.1
5 — 6	28.0	29.0	29.1	5.5	28.7
6 — 7	10.4	10.2	10.5	6.7	10.4
7 — 8	4.6	4.6	4.1	7.5	4.4
8 — 9	1.9	1.6	1.7	8.6	1.7
9 — 10	0.1	0.1	0.1	9.2	0.1
$\Sigma = 1274$		1338	1308		

Таблица III.

Макеевка.

Пределы для T_p	$N\%$			Средние значения	
	$N-S$	$E-W$	Z	T_p	$N\%$
3 ^s — 4 ^s	2.3	2.3	1.7	4.0	2.1
4 — 5	43.4	42.8	44.2	4.8	43.5
5 — 6	35.9	36.3	35.5	5.7	35.9
6 — 7	12.6	12.7	14.0	6.7	13.1
7 — 8	5.1	5.2	4.1	7.6	4.8
8 — 9	0.7	0.7	0.5	8.6	0.6
$\Sigma = 1100$		1102	873		

Таблица IV.

Пределы для T_p	$N\%$			Средние значения для горизонт. составляющих		T_p для вертикальн. составляющ.
	$N-S$	$E-W$	Z	T_p	$N\%$	
1 ^s — 2 ^s	0.5	0.5	0.7	2.0	0.5	2.0
2 — 3	0.4	0.4	0.5	2.6	0.4	2.4
3 — 4	2.1	2.2	2.9	4.0	2.2	4.0
4 — 5	52.6	52.3	57.9	4.8	52.4	4.8
5 — 6	32.9	33.1	28.7	5.5	33.0	5.5
6 — 7	8.0	8.2	7.2	6.6	8.1	6.4
7 — 8	2.2	2.3	1.6	7.4	2.2	7.3
8 — 9	1.1	1.1	0.5	8.6	1.1	8.2
9 — 10	0.1	0.1	—	9.5	0.1	—
$\Sigma = 1121$		1104	582			

Таблица V.

Ташкент.

Пределы для T_p	$N\%$			Средние значения	
	$N-S$	$E-W$	Z	T_p	$N\%$
2 ^s — 3 ^s	0.1	0.1	—	3.0	0.1
3 — 4	1.0	1.0	—	4.0	1.0
4 — 5	60.8	59.7	—	4.9	60.2
5 — 6	28.3	29.4	—	5.7	28.8
6 — 7	7.6	7.7	—	6.6	7.6
7 — 8	1.7	1.6	—	7.8	1.6
8 — 9	0.4	0.4	—	8.9	0.4
9 — 10	0.2	0.2	—	9.4	0.2
$\Sigma = 1208$		1223			

Таблица VI.

Тифлис.

Пределы для T_p	$N\%$			Средние значения	
	$N-S$	$E-W$	Z	T_p	$N\%$
2 ^s — 3 ^s	—	—	0.1	3.0	0.1
3 — 4	2.6	2.6	2.5	3.7	2.6
4 — 5	48.9	48.8	50.7	4.8	49.5
5 — 6	40.4	40.3	37.9	5.5	39.5
6 — 7	5.5	5.6	6.0	6.4	5.7
7 — 8	1.5	1.5	1.7	7.4	1.6
8 — 9	0.6	0.6	0.6	8.4	0.6
9 — 10	0.5	0.5	0.5	9.3	0.5
$\Sigma = 976$		975	1037		

Таблица VII.

Баку.

Пределы для T_p	$N\%$			Средние значения	
	$N-S$	$E-W$	Z	T_p	$N\%$
1°— 2°	2.1	1.7	1.9	2.0	1.9
2 — 3	21.4	21.8	21.7	2.6	21.6
3 — 4	17.8	17.9	17.7	3.5	17.8
4 — 5	19.2	18.7	18.8	4.8	18.9
5 — 6	34.9	35.0	34.6	5.5	34.8
6 — 7	4.4	4.3	4.2	6.4	4.3
7 — 8	0.7	0.7	0.8	7.4	0.7
8 — 9	0.2	0.1	0.2	8.5	0.2
9 — 10	0.2	—	0.2	9.8	0.2
$\Sigma = 1248$		1216	1187		

Здесь T_p есть среднее значение периода для всех трех составляющих. Из таблиц видно, что $N\%$ мало отличается для различных составляющих и поэтому можем брать для них среднее значение $N\%$; в Иркутске получились сравнительно большие отступления между $N\%$ для вертикальной и горизонтальных составляющих — это произошло оттого, что по вертикальному маятнику запись была неполная, он был установлен в конце апреля 1914 г. и работал только в течение 8 месяцев. Поэтому в IV таблице для Иркутска даны средние значения T_p и $N\%$ только для горизонтальных составляющих, а в отдельном столбце помещены значения T_p для вертикальной составляющей.

Для Пулкова, Екатеринбурга, Макеевки, Иркутска, Ташкента и Тифлиса получились вполне аналогичные кривые с одним резким максимумом для периодов между 4 и 5 секундами. Кривая для Баку дала 2 максимума: главный для периодов между 5 и 6 секундами и второстепенный для периодов от 2 до 3 секунд. Эти колебания короткого периода около 2 секунд (от 1°5 до 3°0) представляют интересную особенность Бакинской станции. В то время, когда на других станциях колебания такого короткого периода являются редким исключением — в Баку они встречаются очень часто — благодаря этому для них получился один из максимумов повторяемости. Эти мелкие дрожания никогда почти не отсутствуют, даже при колебаниях более длинного периода они налагаются на них в виде зазубрин или колебаний очень мелкого периода. Это явление не встречается ни на одной из других станций и есть несомненно явление местного происхождения. Поэтому мы должны допустить в Баку существование двух родов колебаний — местных микросейсмических колебаний 1 рода мелкого периода — максимум повтор-

ряемости для них получился около $2^{\circ}6$ — сфера их действия очень ограничена, так как даже на ближайшей к Баку Тифлисской станции нет ни малейшего намека на эти колебания, и собственно микросейсмических колебаний более длинного периода, соответствующих микросейсмическим колебаниям на других станциях — для этих колебаний максимум повторяемости получился около $5^{\circ}5$.

Что же касается остальных 6 станций, то для них периоды микросейсмических колебаний группируются около одного определенного значения T_p .

Несмотря на то, что эти станции расположены на громадном расстоянии друг от друга и находятся в совершенно различных местных условиях, получается замечательное сходство: максимум для $N\%$ — наибольшая относительная повторяемость периодов приходится для группы от 4 до 5 секунд, при чем среднее значение T_p лежит около 4[°]8.

2.

Соотношение между периодами и амплитудами.

Для изучения соотношения между периодами и амплитудами распределяем наблюдательный материал как раньше на группы по периодам в тех же самых пределах T_p , а именно: от 2 до 3 секунд, от 3 до 4 секунд и т. д. и для каждой группы определяем среднее значение периода и соответствующих амплитуд для всех трех составляющих.

Так как среднее значение периода почти одинаково для всех трех составляющих (разница не превышает $0^{\circ}03 - 0^{\circ}04$), то берем одно среднее значение T_s .

В следующих таблицах VIII—XIV даны для всех 7 сейсмических станций: в первом столбце пределы для T_p , затем средние значения T_p для каждой группы; средние значения амплитуд во всех группах для различных составляющих A_N , A_E и A_Z (в микронах) и наконец число случаев в каждой группе для каждой из составляющих. В конце таблиц дается общее число случаев Σ .

Таблица VIII.

Пределы для T_p	T_p	A_N	A_E	A_Z	Число случаев		
					$N-S$	$E-W$	Z
2°—3°	2°99	0°07	0°10	0°12	7	7	6
3—4	3.79	0.27	0.24	0.28	317	323	313
4—5	4.66	0.57	0.59	0.70	629	640	636
5—6	5.57	0.98	1.19	1.40	314	317	320
6—7	6.52	0.91	1.00	1.29	91	93	94
7—8	7.52	1.02	1.10	1.48	26	26	26
8—9	8.19	0.87	1.79	2.09	7	7	7
					$\Sigma = 1391$	1413	1402

С возрастанием периода амплитуды возрастают; для более длинных периодов есть отступления от этого закона, но общий ход кривой очень ясно выражает эту зависимость.

В Пулкове существует следующее соотношение между амплитудами по различным составляющим:

$$A_N < A_E < A_Z.$$

Амплитуды по составляющей $E-W$ обыкновенно больше соответствующих амплитуд по $N-S$, что объясняется по всей вероятности местоположением очага, который лежит к западу от Пулкова.

Таблица IX.

Екатеринбург.

Пределы для T_p	T_p	A_N	A_E	A_Z	число случаев		
					$N-S$	$E-W$	Z
3°—4°	3°97	0.05	0.07	0.10	46	50	46
4—5	4.78	0.13	0.15	0.20	655	678	668
5—6	5.54	0.35	0.48	0.49	357	388	381
6—7	6.66	0.40	0.46	0.57	132	137	137
7—8	7.52	0.40	0.50	0.66	59	62	53
8—9	8.60	0.47	0.55	0.95	24	22	22
9—10	9.20	0.20	0.30	0.30	1	1	1
					$\Sigma = 1274$	1338	1308

Из таблицы видно, что данные из Екатеринбурга представляют много сходства с Пулковскими. А именно — соотношение между амплитудами такое же: $A_N < A_E < A_Z$. Здесь тоже получается возрастание амплитуды с возрастанием периода, хотя для более длинных периодов амплитуды (особенно для горизонтальных составляющих) меняются очень мало.

Данные последней строки для $T_p = 9.2$ малонадежны вследствие недостаточного числа наблюдений для данного промежутка (1 наблюдение).

Таблица X.

Иркутск.

Пределы для T_p	Среднее значение T_p для $N-S$ и $E-W$	T_p для Z	A_N	A_E	A_Z	Число случаев		
						$N-S$	$E-W$	Z
1 ^с — 2 ^с	2.00	2.00	0.08	0.08	0.15	6	6	4
2 — 3	2.58	2.43	0.11	0.11	0.10	4	4	3
3 — 4	3.98	3.98	0.05	0.05	0.09	24	24	17
4 — 5	4.82	4.81	0.11	0.11	0.14	590	577	337
5 — 6	5.54	5.50	0.16	0.16	0.21	369	365	167
6 — 7	6.57	6.44	0.17	0.17	0.18	90	90	42
7 — 8	7.42	7.28	0.22	0.21	0.21	25	25	9
8 — 9	8.60	8.20	0.24	0.26	0.30	12	12	3
9 — 10	9.50	—	0.49	0.46	—	1	1	—
						$\Sigma = 1121$	1104	582

В Иркутске получается та же самая зависимость, что и на двух предыдущих станциях — возрастание амплитуды с возрастанием периода, хотя вследствие малости амплитуд микросейсмических движений здесь это возрастание не так заметно как на других станциях.

В Иркутске в отличие от двух предыдущих станций, где $A_N < A_E$, амплитуды по составляющей $E-W$ вполне совпадают с амплитудами по $N-S$.

Вторая особенность Иркутска — это исключительная малость амплитуд микросейсмических движений: максимальное среднее отклонение в Иркутске $0^{\mu},30$ (последнюю амплитуду из таблицы X отбрасываем, так как для соответствующего промежутка было только 1 наблюдение), в Пулкове средние отклонения доходят до $2^{\mu},5$, а в Екатеринбурге до $1^{\mu},0$.

Благодаря этому Иркутская станция особенно важна для изучения отдаленных землетрясений, так как незначительные микросейсмические колебания не маскируют начальных фаз и вообще для изучения различных сейсмических вопросов как напр. об угле выхода сейсмической радиации, о положении плоскости поляризации поперечных волн и т. д., что отмечено Б. Б. Голицыным в указанной статье.

В Иркутске вертикальный маятник работал не весь год — был установлен в конце апреля 1914 г. и средние величины периодов для вертикальной составляющей отличаются от соответствующих величин периодов для горизонтальных составляющих; поэтому в таблице X среднее T_p выведено из данных для $E-W$ и $N-S$, а отдельно даны T_p для Z .

Таблица XI.

Пределы для T_p	T_p	A_N	A_E	Число случаев		
				$N-S$	$E-W$	
2 ^s — 3 ^s	3.00	0.05	0.05	1	1	
3 — 4	4.00	0.03	0.03	12	12	
4 — 5	4.90	0.13	0.14	734	730	
5 — 6	5.68	0.32	0.35	342	359	
6 — 7	6.58	0.52	0.62	92	94	
7 — 8	7.78	0.74	0.80	20	20	
8 — 9	8.88	0.56	0.60	5	5	
9 — 10	9.35	1.20	1.20	2	2	
				$\Sigma = 1208$	1223	

При рассмотрении данных Ташкента приходится отбросить из данных таблицы XI первое и два последних значения амплитуд вследствие недостаточного числа наблюдений (1, 5 и 2). Получаем непрерывное возрастание амплитуды с возрастанием периода; здесь эта зависимость выражена особенно ясно. Для малых значений T_p — A_N и A_E вполне совпадают, для больших A_E немного больше A_N .

Таблица XII.

Пределы для T_p	T_p	A_N	A_E	A_Z	Число случаев		
					$N-S$	$E-W$	Z
2 ^s — 3 ^s	3 ^s 0	—	—	0 ¹ 12	—	—	1
3 — 4	3.73	0 ¹ 19	0 ¹ 16	0.18	25	25	26
4 — 5	4.82	0.08	0.07	0.12	477	476	526
5 — 6	5.46	0.14	0.12	0.15	394	393	393
6 — 7	6.44	0.25	0.22	0.24	54	55	62
7 — 8	7.37	0.24	0.20	0.24	15	15	18
8 — 9	8.38	0.33	0.26	0.27	6	6	6
9 — 10	9.34	0.30	0.26	0.38	5	5	5
					$\Sigma = 976$	975	1037

В Тифлисе отклонения весьма малы — приблизительно такие же как в Иркутске, но очень отчетливо заметно стремление к возрастанию амплитуды с возрастанием периода. Здесь в противоположность Пулкову и Екатеринбургу амплитуды по составляющей $N-S$ больше амплитуд по $E-W$.

Вертикальная составляющая почти совпадает с $N-S$.

Таблица XIII.

Макеевка.

Пределы для T_p	T_p	A_N	A_E	A_Z	Число случаев		
					$N-S$	$E-W$	Z
3°—4°	3°99	0°09	0°09	0°11	25	25	15
4—5	4.84	0.20	0.15	0.29	477	472	386
5—6	5.65	0.50	0.38	0.70	395	400	310
6—7	6.69	0.64	0.59	0.99	139	140	122
7—8	7.64	0.84	0.62	1.09	56	57	36
8—9	8.61	2.00	1.21	1.78	8	8	4
					$\Sigma = 1100$	1102	873

Для Макеевки получается полная аналогия с другими станциями: постоянное возрастание амплитуды с возрастанием периода, причем $A_z < A_N < A_x$.

Соотношение между амплитудами по горизонтальным составляющим такое же как в Тифлисе, только разница между амплитудами гораздо больше, так как амплитуды в Макеевке вообще гораздо больше чем в Тифлисе.

Таблица XIV.

Баку.

Пределы для T_p	T_p	A_N	A_E	A_Z	Число случаев		
					$N-S$	$E-W$	Z
1°—2°	2.00	0.65	0.78	0.67	26	21	23
2—3	2.58	1.00	1.10	0.86	267	265	257
3—4	3.52	1.11	1.10	0.89	222	217	210
4—5	4.79	0.36	0.34	0.27	230	227	223
5—6	5.46	0.35	0.29	0.27	435	425	411
6—7	6.37	0.60	0.52	0.44	55	52	50
7—8	7.38	0.94	0.83	0.56	9	8	9
8—9	8.47	0.55	0.52	0.66	2	1	2
9—10	9.80	1.38	—	0.78	2	—	2
					$\Sigma = 1248$	1216	1187

Таблица XIV дает нам зависимость между периодами и амплитудами в Баку. Здесь в противоположность другим станциям самые большие амплитуды для всех составляющих получаются при колебаниях короткого периода. Уже при периодах в 2 секунды соответствующие амплитуды доходят до 0.7—0.8 микрона, при периодах от 2°5 до 3°5 достигают максимальной величины (около 1°1), затем начинают убывать, около 5 секунд дают минимум (около 0°3); при дальнейшем возрастании периода амплитуды возрастают довольно плавно. Таким образом здесь на первый взгляд очень трудно заметить какую-нибудь закономерность.

Но раньше уже упоминалось, что в Баку существуют 2 рода колебаний: 1) колебания короткого периода — местные микросейсмические колебания первого ряда, которые составляют исключительную особенность Бакинской станции и 2) собственно микросейсмические колебания более длинного периода, соответствующие колебаниям на других станциях.

Это два совершенно различные явления и их нельзя вместе рассматривать. Поэтому надо считать, что кривая состоит из двух ветвей: первая дает графическое изображение зависимости между амплитудами и периодами микросейсмических колебаний короткого периода, вторая — ту же зависимость для колебаний более длинных периодов.

И в одном и в другом случае подтверждается закономерность, замеченная на всех остальных станциях: с возрастанием периода амплитуды возрастают. Этот факт, что для колебаний с периодами $2^{\circ}5$ — $3^{\circ}5$ амплитуды больше чем для периодов около $7^{\circ}5$ вовсе не противоречит нашей закономерности, так как особенность этих местных колебаний короткого периода состоит в том, что им соответствуют всегда значительные амплитуды, а сравнивать их с колебаниями более длинных периодов невозможно, так как они представляют совершенно особое явление и не имеют ничего общего с этими колебаниями.

Там где начинаются собственно микросейсмические колебания амплитуды резко падают и для периодов от 4° до 5° получаются амплитуды такого же порядка как и на других станциях для того же промежутка.

Соотношение между горизонтальными составляющими для местных колебаний короткого периода такое же как в Пулкове и Екатеринбурге: отклонения по $E-W$ больше чем по $N-S$; для более длинных колебаний такое же как в Тифлисе и Макеевке: отклонения по $N-S$ больше, чем по $E-W$. Отклонения по вертикальной составляющей меньше чем по обоим горизонтальным.

Из за недостаточного числа наблюдений (2 и 3) отбрасываем два последние значения амплитуд из табл. XIV.

Суммируя все сказанное в этой главе приходим к следующим заключениям:

1. Для всех сейсмических станций получается следующая зависимость между периодами и амплитудами — с возрастанием периода амплитуды возрастают для всех трех составляющих. Эта зависимость на одних станциях как напр. в Ташкенте, Пулкове, Макеевке выражена очень резко, на других, где отклонения очень малы, как напр. в Иркутске и Тифлисе, менее резко, но во всяком случае эта зависимость существует и вполне ясно выражена на всех перечисленных станциях.

В Баку эта закономерность подтверждается не только для общих

микросейсмических колебаний, но даже и для местных микросейсмических колебаний 1 рода с коротким периодом.

2. В Иркутске и Ташкенте — континентальных станциях, расположенных в глубине азиатского материка, разница между амплитудами микр. движ. по $E-W$ и $N-S$ весьма незначительна.

В Пулкове и Екатеринбурге $A_E > A_N$
» Тифлисе и Макеевке $A_E < A_N$

В Баку для колебаний короткого периода $A_E > A_N$, для более длинных $A_E < A_N$.

Что же касается отклонений по вертикальной составляющей, то в Пулкове, Екатеринбурге, Макеевке, Иркутске они больше чем по горизонтальным, в Тифлисе приближаются к горизонтальным, а в Баку отклонения по вертикальной составляющей меньше чем по обоим горизонтальным.

§ 3.

Годовые изменения микросейсмических движений.

Для изучения годового хода микросейсмических колебаний почвы вычисляем ежемесячные средние значения периодов и амплитуд для всех составляющих. Соответствующие данные находятся в таблицах XV—XXI.

Таблица XV.

Пулково.

Месяцы.	T_p	A_N	A_E	A_Z
I	5°16	1°33	1°30	1°67
II	5.46	0.92	1.11	1.29
III	5.19	0.48	0.56	0.64
IV	4.97	0.68	0.69	0.92
V	4.63	0.48	0.51	0.68
VI	4.74	0.20	0.20	0.26
VII	4.62	0.11	0.12	0.14
VIII	4.18	0.10	0.10	0.12
IX	4.49	0.47	0.52	0.60
X	4.65	0.39	0.37	0.45
XI	4.86	0.87	0.93	1.07
XII	5.32	1.80	1.57	1.65

В летние месяцы в Пулкове амплитуды микросейсмических движений значительно уменьшаются и почти одинаковы для обоих горизонтальных составляющих; в зимние месяцы $A_N < A_E$.

Что же касается амплитуд по вертикальной составляющей, то они все время больше соответствующих амплитуд по горизонтальным составляющим,

при чем эта разница уменьшается в летние месяцы, увеличивается — в зимние. Средний период одинаков для всех трех составляющих — это доказывает, что везде имеем дело с теми же колебаниями почвы.

Рассматривая по таблице XVI годовой ход микросейсмических движений в Екатеринбурге — находим полную аналогию с Пулковым: то же самое соотношение между абсолютными значениями амплитуд по различным составляющим, те же изменения при переходе от зимних месяцев к летним.

Таблица XVI.

Екатеринбург.

Месяцы.	T_p	A_N	A_E	A_Z
I	6°06	0°48	0°56	0°70
II	6.11	0.38	0.48	0.60
III	5.50	0.23	0.29	0.33
IV	5.45	0.26	0.33	0.42
V	5.10	0.16	0.18	0.27
VI	4.87	0.06	0.08	0.14
VII	4.87	0.05	0.06	0.14
VIII	4.96	0.06	0.07	0.12
IX	4.97	0.18	0.24	0.29
X	5.19	0.16	0.20	0.23
XI	5.39	0.32	0.37	0.45
XII	6.07	0.50	0.58	0.69

В Иркутске средние значения амплитуд по горизонтальным составляющим практически вполне совпадают; соответствующие значения для вертикальной составляющей определены только для нескольких месяцев, но из этих данных ясно видно, что амплитуды по вертикальной составляющей все время значительно больше горизонтальных.

Таблица XVII.

Иркутск.

Месяцы.	T_p	A_N	A_E	A_Z
I	5°64	0°21	0°20	—
II	5.95	0.16	0.18	—
III	5.28	0.12	0.12	—
IV	5.19	0.08	0.09	—
V	5.08	0.03	0.03	0.09
VI	4.91	0.03	0.03	0.10
VII	5.23	0.05	0.05	0.14
VIII	5.12	0.06	0.06	0.12
IX	4.58	0.07	0.07	—
X	4.75	0.13	0.13	—
XI	5.10	0.20	0.21	0.23
XII	5.56	0.18	0.18	0.20

Абсолютные значения амплитуд в Иркутске очень малы, особенно в летние месяцы; летом горизонтальные маятники иногда в течение целой недели дают прямую линию — микросейсмические движения = 0^h0. Эта особенность Иркутска очень важна для изучения отдаленных землетрясений, так как микросейсмические движения обыкновенно сильно маскируют начальные фазы.

Таблица XVIII.

Ташкент.

Месяцы.	T_p	A_N	A_E
I	5 ^s 63	0 ^h 47	0 ^h 49
II	5.74	0.41	0.42
III	5.25	0.23	0.24
IV	5.15	0.24	0.27
V	5.03	0.15	0.16
VI	5.01	0.06	0.07
VII	5.24	0.13	0.13
VIII	5.08	0.06	0.06
IX	5.06	0.13	0.13
X	5.11	0.08	0.08
XI	5.49	0.21	0.23
XII	5.70	0.43	0.54

В Ташкенте, расположенному так же как Иркутск внутри материка, далеко от морей, получаем аналогию с Иркутском: абсолютные значения амплитуд по горизонтальным составляющим практически совпадают.

В летние месяцы — совпадение полное, в зимние A_E немногого больше A_N .

Таблица XIX.

Тифлис.

Месяцы.	T_p	A_N	A_E	A_Z
I	5 ^s 91	0 ^h 14	0 ^h 13	0 ^h 15
II	5.78	0.18	0.15	0.18
III	5.24	0.08	0.07	0.13
IV	5.27	0.06	0.06	0.10
V	4.99	0.08	0.07	0.09
VI	4.88	0.06	0.06	0.09
VII	5.15	0.08	0.07	0.09
VIII	4.95	0.08	0.07	0.10
IX	4.85	не было регистр.		0.13
X	5.04	0.10	0.08	не было регистр..
XI	5.02	0.18	0.16	0.17
XII	5.33	0.20	0.16	0.16

В Тифлисе микросейсмические движения вообще очень малы и потому их убывание в летние месяцы не так резко заметно как на других станциях, но все-таки оно существует.

Здесь амплитуды по $N-S$ больше чем по $E-W$ — в противоположность Пулкову и Екатеринбургу. Отклонения по вертикальной составляющей немного больше, чем по горизонтальным, хотя в большинстве случаев приближаются к отклонениям по $N-S$.

Таблица XX.

Макеевка.

Месяцы.	T_p	A_N	A_E	A_Z
I	6.14	0.83	0.59	— ¹
II	5.98	0.65	0.42	0.75
III	5.41	0.24	0.16	0.30
IV	5.46	0.34	0.22	0.45
V	5.20	0.16	0.10	0.22
VI ²	5.08	0.06	0.03	0.10
VII	5.14	0.18	0.18	0.36
VIII ²	5.23	0.12	0.11	0.21
IX	5.15	0.32	0.25	— ¹
X	5.46	0.27	0.22	0.39
XI ²	5.43	0.56	0.48	1.02
XII	6.15	0.80	0.76	1.48

В Макеевке подобно Тифлису средние амплитуды по $N-S$ все время больше соответствующих амплитуд по $E-W$; амплитуды по Z всегда больше чем по горизонтальным составляющим.

В летние месяцы получается значительное убывание амплитуд. В Баку (табл. XXI) замечается вообще та же закономерность, что и на других станциях: убывание амплитуд микросейсмических движений в летние месяцы. Характерная особенность Баку, которая не встречается ни на одной из предыдущих станций, состоит в том, что отклонения по вертикальной составляющей меньше, чем по обоим горизонтальным; что же касается отклонений по горизонтальным составляющим — они то по одной, то по другой больше.

Таблица XXI.

Баку.

Месяцы.	T_p	A_N	A_E	A_Z
I	4 ⁸ 60	1 ⁰ 03	1 ⁰ 42	0 ⁰ 81
II	4.86	0.87	0.76	0.57
III	4.21	0.80	0.75	0.58
IV	4.44	0.60	0.50	0.46
V	4.79	0.31	0.28	0.25
VI	4.82	0.21	0.18	0.19
VII	4.28	0.33	0.37	0.33
VIII	4.22	0.50	0.48	0.48
IX	4.53	0.48	0.45	0.54
X	3.40	0.69	0.85	0.67
XI	3.99	1.38	1.39	1.15
XII	4.58	0.73	0.65	0.60

¹ В течение всего месяца микросейсмические движения были отмечены только за несколько дней: средней месячной нельзя было вывести.

² С 19 / VI по 13 / VII, с 18 / VIII по 24 / VIII и с 23 / XI по 2 / XII наблюдения не производились.

Из приведенных таблиц видно, что для всех станций без исключения амплитуды микросейсмических движений возрастают в зимние и осенние месяцы и убывают в летние, при чем это убывание сопровождается уменьшением соответствующих средних периодов.

При графическом изображении месячных изменений средних амплитуд по различным составляющим: A_N , A_E и A_Z , а также месячных изменений средних значений T_p для всех станций обнаружаются следующие закономерности.

Составляющая A_N .

Рассматривая годовые изменения амплитуд по составляющей $N-S$ на всех станциях видим сильное убывание этих амплитуд в летние месяцы. Это особенно заметно для тех станций, где отклонения вообще значительны, как напр.: в Пулкове, Екатеринбурге, Макеевке, Баку. В Иркутске и Тифлисе, где отклонения очень малы, кривые получаются без резких максимумов и минимумов, но общий ход тот же, что на других станциях: наибольшие амплитуды в зимние месяцы, наименьшие — в летние.

В Пулкове, Екатеринбурге, Ташкенте и Макеевке главный максимум получился в январе и декабре, в Иркутске и в Баку — в январе и ноябре, в Тифлисе — в феврале и в декабре.

Кроме того получаются вторичные максимумы: в Пулкове и в Екатеринбурге — в апреле и в сентябре, в Ташкенте и в Макеевке — в апреле, июле и сентябре, в Баку — в августе.

Главный минимум в Пулкове — в июле и в августе, в Екатеринбурге — в июне, июле и августе, в Ташкенте — в июне, августе и октябре, в Макеевке и в Баку — в июне.

Второстепенные минимумы: в Пулкове и Екатеринбурге — в марте и октябре, в Ташкенте — в марте, в Макеевке — в марте, в августе и октябре, в Баку — в феврале, сентябре и декабре.

На основании всего вышесказанного приходим к следующему заключению: микросейсмические движения достигают наибольшей интенсивности зимою, максимальные амплитуды почти на всех станциях получаются в январе и декабре (в Тифлисе первый максимум сдвинут на февраль, в Иркутске и Баку — второй на ноябрь), наименьшей — летом — в июне, июле и августе,

Составляющая A_E и A_Z .

Кривые для составляющих $E-W$ и Z представляют полное сходство с соответствующими кривыми для $N-S$. Усиление и ослабление интенсивности микросейсмических движений вполне совпадает по времени для всех трех составляющих каждой станции.

Общее сходство между кривыми для различных станций вполне ясно показывает, что годовое изменение амплитуд микросейсмических движений вызвано везде одними и теми же физическими причинами, которые распространяют свое влияние на громадное расстояние, вызывая аналогичные изменения на различных станциях, расположенных очень далеко друг от друга.

Сравнивая интенсивность микросейсмических движений на различных станциях получаем следующие числа для максимальных и минимальных средних значений амплитуд на различных станциях.

Станции.	Максимальная средняя амплитуда.	Минимальная.
Пулково	1 ⁴ 67 (январь A_Z)	0 ⁰ 10 (август A_N и A_E)
Баку	1.42 (январь A_E)	0.18 (июнь A_E)
Макеевка.	1.48 (декабрь A_Z)	0.03 (июнь A_E)
Екатеринбург.	0.70 (январь A_Z)	0.05 (июль A_N)
Ташкент	0.54 (декабрь A_E)	0.06 (июнь, август A_N и A_E)
Иркутск	0.23 (ноябрь A_Z)	0.03 (май, июнь A_N , A_E)
Тифлис.	0.20 (декабрь A_N)	0.06 (апрель, июнь A_N , A_E)

На черт. 4 даны кривые, изображающие изменения средних месячных значений T_p -периодов микросейсмических движений в течение года для всех 7 станций.

В Пулкове, Екатеринбурге, Иркутске, Ташкенте, Макеевке и Тифлисе общий ход такой: максимальной величины периоды достигают зимой, к лету убывают, т. е. вполне такой же ход как для средних амплитуд микросейсмических движений.

Выведенное в § 2 соотношение между периодами и амплитудами здесь вполне подтверждается.

В Макеевке, Тифлисе и Ташкенте начиная с марта, кончая ноябрем изменения периодов микросейсмических колебаний не превышают $0^{\circ}3$ — $0^{\circ}4$. В Екатеринбурге периоды убывают до июня, в июне, июле, августе и сентябре, почти постоянный период, потом опять возрастают, чтобы дать максимум в декабре.

Более резкие минимумы дают: Иркутск в сентябре — $4^{\circ}58$, Пулково в августе — $4^{\circ}13$, и наконец самый резкий минимум дает Баку в октябре — $3^{\circ}40$.

В Баку вся кривая, изображающая годовой ход периодов, лежит гораздо ниже, чем на других станциях — это вызвано опять присутствием этих особых местных бакинских колебаний короткого периода. Они встречаются постоянно на ряду с колебаниями более длинного периода, соответствующими микросейсмическим колебаниям на других станциях, и поэтому

все средние месячные значения периодов в Баку меньше чем на других станциях.

Здесь никакого убывания к лету не замечается и вообще трудно заметить какую-нибудь закономерность — кривая все время идет зигзагами и только в октябре дает резкий минимум. (Это самый резкий минимум по абсолютной величине, хотя колебания периодов в Баку почти такие же как в Пулкове: в Пулкове разность между наибольшим и наименьшим значением периода — $1^{\circ}33$, в Баку — $1^{\circ}46$, но в Баку вся кривая расположена гораздо ниже чем в Пулкове).

В течение всего октября здесь отмечались почти исключительно колебания короткого периода; более длинные колебания встречались иногда, но в большинстве случаев были искажены наложившимися колебаниями короткого периода. Средние амплитуды за октябрь были довольно значительные ($0^{\mu}69$, $0^{\mu}85$ и $0^{\mu}67$).

§ 4.

Одновременные изменения микросейсмических движений на различных станциях.

Интенсивность микросейсмических колебаний в некоторые дни заметно усиливается: соответствующие амплитуды начинают возрастать, доходят до некоторого максимума и затем убывают. Эти усиления интенсивности микросейсмических колебаний повидимому совпадают по времени на различных станциях. Для выяснения насколько полно это совпадение были составлены кривые амплитуды колебаний на различных станциях за те дни 1914 года, в которые возрастание микросейсмических колебаний было особенно заметно (амплитуды брались по различным составляющим в зависимости от того, где более резко выступало данное явление).

При этом обнаружилось, что в те дни, когда на других станциях амплитуды микросейсмических колебаний возрастали, как напр. во всех данных случаях — в Баку не замечалось никакого усиления и напротив микросейсмические колебания в Баку достигали максимума в те дни, когда на других станциях никакого возрастания не было.

За период времени 1—4 января самое сильное возрастание получилось в Пулкове, затем следует Макеевка, Екатеринбург и Ташкент. В Иркутске и Тифлисе возрастание менее заметно вследствие малости амплитуд, но во всяком случае получились вполне сходные кривые с максимумом 2 января.

Интересны изменения амплитуд микросейсмических колебаний с 24 января по 4 февраля. В течение этих 12 дней амплитуды на всех станциях 3 раза возрастают и затем снова убывают; соответствующие кривые имеют

3 максимума: первый 26 января, второй 29 января и третий 1 февраля. Для всех станций получились вполне сходные кривые.

Небольшое усиление микросейсмических колебаний получилось между 12 и 16 апреля в Пулкове, Макеевке и Екатеринбурге. Кривые амплитуд имеют 2 максимума: 13 и 15 апреля.

В Тифлисе и Иркутске никакого абсолютного усиления за это время не наблюдалось.

Между 25 апреля и 2 мая получилось усиление колебаний в Пулкове, Макеевке, Екатеринбурге и Ташкенте. Кривые амплитуд дают два максимума — главный 29 апреля и второстепенный 26. В Иркутске и Тифлисе за это время не было никакого усиления.

Между 25 сентября и 4 октября получилось возрастание амплитуд в Пулкове, Екатеринбурге, Макеевке и Ташкенте. Кривые имеют один максимум 28 сентября, в Макеевке он сдвинут на 27; второй — 2 октября, но он выражен хорошо только на Пулковской кривой — на остальных — очень слабо.

В Иркутске не замечалось усиления за это время, в Тифлисе был перерыв в регистрации.

Между 9 и 17 ноября получилось усиление колебаний в Пулкове, Макеевке, Екатеринбурге, Ташкенте и очень незначительное в Тифлисе.

Соответствующие кривые амплитуд по составляющим Z и $E-W$ с 9 по 17 ноября имеют 2 максимума: 10 и 13 ноября. Ташкентская кривая дает только один максимум 13 ноября. Во всех предыдущих случаях наибольшие отклонения были в Пулкове, а здесь 13 ноября в Макеевке по вертикальной составляющей амплитуда получилась больше чем в Пулкове.

Иркутск дает усиление, но в другие дни — приблизительно с 1 ноября по 9. Наибольшей величины амплитуды достигли 2 и 9 ноября.

Наибольшие отклонения за весь год в Пулкове, Екатеринбурге, Ташкенте, Макеевке и Тифлисе имели место между 26 ноября и 10 декабря.

В Макеевке вследствие перерыва в регистрации есть данные только с 3 декабря, но и этих данных достаточно, чтобы показать, что и в Макеевке амплитуды колебаний достигли в это время наибольшей величины за весь год. В Екатеринбурге, Тифлисе, Ташкенте и Макеевке этот максимум приходится 4 декабря, в Пулкове он сдвинут на 5. В Пулкове амплитуды дошли до $7^{\mu}0$, в Макеевке до $6^{\mu}0$, даже в Тифлисе до $0^{\mu}65$.

В Иркутске никакого абсолютного усиления ни за этот промежуток, ни в ближайшее время не замечалось.

Из сравнения всех приведенных выше данных видим, что усиление микросейсмических колебаний происходило одновременно на различных станциях — кривые амплитуд для соответствующих промежутков времени в Пул-

кове, Макеевке, Екатеринбурге и Ташкенте были вполне сходные. Самые большие амплитуды встречались в Пулкове.

В Тифлисе и Иркутске отклонения вообще очень малы и поэтому значительного усиления колебаний здесь не встречалось.

При очень больших амплитудах на других станциях, здесь получалось только незначительное возрастание; при чем кривые амплитуд сходны в общих чертах с таковыми на других станциях.

В Тифлисе в те дни, когда на других станциях колебания очень усиливались, всегда замечалось стремление к возрастанию амплитуд, в Иркутске же часто в таких случаях не замечалось никакого усиления (напр. с 26 ноября по 10 декабря — на остальных станциях получились наибольшие амплитуды за весь год).

В Баку усиления микросейсмических колебаний не совпадают по времени с усилениями на других станциях. Это явление находится опять в зависимости от бакинских колебаний короткого периода, амплитуды которых под влиянием местных причин иногда внезапно очень возрастают или убывают.

Одновременное возрастание и убывание интенсивности микросейсмических колебаний в различных местах показывает, что причины, вызывающие эти изменения на одной станции, распространяют свое влияние на громадном протяжении и вызывают аналогичные изменения и на других станциях.

§ 5.

Некоторые особенности микросейсмических движений на различных станциях.

Амплитуды на всех станциях вычислялись с точностью до $0^{\mu}1$, а в летние месяцы, когда амплитуды вообще очень малы, с точностью до $0^{\mu}01$. Иногда при малых амплитудах отмечалось только меньше $0^{\mu}1$ и при выводе средних такие амплитуды принимались равными $0^{\mu}05$. В Баку амплитуды давались всегда с точностью до сотых долей.

Из этих ежедневных наблюдений видно, что среднее суточное значение периода практически всегда одинаково для всех трех составляющих.

Пулково.

Соотношение между отклонениями по различным составляющим в Пулкове следующее: самые большие отклонения по вертикальной составляющей, затем следует составляющая $E-W$, по $N-S$ — отклонения меньше всего, т. е. $A_N < A_E < A_Z$.

Эта закономерность особенно подчеркивается при больших амплитудах, для малых амплитуд она менее заметна.

Например:

	A_N	A_E	A_Z
2 / II	2 ^h 20	2 ^h 65	3 ^h 02
26 / I	2.28	3.05	3.68
17 / III	0.75	1.02	1.22
10 / XI	1.78	2.30	2.95
2 / VI	0.15	0.18	0.20 и т. д.

Встречаются иногда отступления от общего закона, напр.:

	A_N	A_E	A_Z
2 / I	4.50	2.92	5.02
15 / I	0.95	0.72	0.85
7 / II	1.00	0.68	0.75
6 / XII	2.25	4.12	3.85

Максимальные значения средних суточных амплитуд получились в следующие дни:

$$\begin{array}{ll} 2 / I & A_N = 4^{\text{h}}50 \quad A_E = 2^{\text{h}}92 \quad A_Z = 5^{\text{h}}02 \quad T_p = 6^{\text{s}}5 \\ 5 / \text{XII} & A_N = 4.40 \quad A_E = 6.65 \quad A_Z = 7.00 \quad T_p = 5.6 \end{array}$$

Наибольшее значение периода было 29 / I $T_p = 8^{\text{s}}2$ и 14 / 2 $T_p = 8^{\text{s}}1$.

Наименьшее значение $T_p = 3^{\text{s}}2$ — 18 / VIII и 23 / VIII.

Екатеринбург.

Рассматривая таблицы средних суточных значений периодов и амплитуд для Екатеринбурга находим, как и раньше, большое сходство с Пулковскими данными.

Соотношение между амплитудами по различным составляющим такое же, как в Пулкове: $A_N < A_E < A_Z$. Напр.:

	A_N	A_E	A_Z
26 / I	0 ^h 78	1 ^h 35	1 ^h 50
1 / II	1.02	1.35	1.92
29 / IV	0.97	1.38	1.77
5 / XII	1.35	1.90	2.20

Отступления от этого закона хотя и встречаются иногда, но гораздо реже чем в Пулкове. Напр.

	A_N	A_E	A_Z
10 / I	0 ^h 40	0 ^h 25	0 ^h 30
29 / IX	0.60	0.53	0.73
3 / XI	0.35	0.28	0.30
30 / XII	0.43	0.33	0.38

Максимальные значения средних суточных амплитуд за весь год имели место в следующие дни:

4 / XII	$A_N = 1^{\mu}65$	$A_E = 1^{\mu}85$	$A_Z = 2^{\mu}55$	$T_p = 6^{\circ}1$
2 / I	$A_N = 1.25$	$A_E = 1.58$	$A_Z = 2.10$	$T_p = 7.1$

Для периода получились 2 максимума — 29/1 $T_p = 8^{\circ}7$ и 14/II $T_p = 8^{\circ}5$.

Получилось полное совпадение с Пулковым для максимальных значений периодов и амплитуд, только наибольшее значение амплитуды в декабре получилось на 1 день раньше, чем в Пулкове (5 декабря).

Периоды достигают минимального значения 7/XI и 22/IX — $T_p = 4^{\circ}0$.

Иркутск.

Характерной особенностью микросейсмических движений в Иркутске является исключительная малость их амплитуд, благодаря чему эта станция особенно пригодна для изучения отдаленных землетрясений.

В летние месяцы микросейсмические движения в Иркутске настолько незначительны, что иногда в течение целой недели горизонтальные маятники чертят прямую линию.

Вертикальный маятник был установлен в Иркутске 28 апреля 1914 г. Вертикальная составляющая все время больше горизонтальных; что же касается горизонтальных, то они почти все время равны между собою, хотя бывают иногда исключения, напр.:

	A_N	A_E	A_Z
7 / III	$0^{\mu}55$	$0^{\mu}43$	—
31 / III	0.21	0.16	—
2 / VI	0.22	0.28	0.33
2 / XI	0.60	0.82	0.65

Максимальные значения средних суточных амплитуд:

$$2 / XI \quad T_p = 5^{\circ}2 \quad A_N = 0^{\mu}60 \quad A_E = 0^{\mu}82 \quad A_Z = 0.65$$

Этот максимум не совпадает с наибольшими значениями амплитуд в Пулкове и Екатеринбурге.

Наибольшее среднее значение периода $T_p = 8^{\circ}6$ — 29/I — как и на предыдущих станциях. Второй максимум $T_p = 8^{\circ}3$ — 14/II.

Минимальное значение $T_p = 2^{\circ}0$ — 18/IX и 19/IX.

Период колеблется здесь в весьма широких пределах.

Так как в записи вертикального маятника были значительные пробелы: во-первых, он начал работать с мая, а потом были еще перерывы в регистрации, то при определении соотношения между периодами и амплитудами (§ 2) и при определении относительной повторяемости периодов (§ 1) принимались во внимание только данные горизонтальных маятников. По горизонтальным маятникам был тоже перерыв в регистрации (с 27/VIII по 16/IX),

но не долговременный, и это не могло особенно повлиять на полученные результаты.

Ташкент.

В Ташкенте в течение 1914 года работали только горизонтальные маятники.

Ташкент — континентальная станция и отклонения по обоим горизонтальным составляющим там почти всегда одинаковы. Иногда бывают исключения, напр. в следующие дни $A_N > A_E$.

	A_N	A_E
25 / I	0 ^u 77	0 ^u 47
27 / IX	0.68	0.60
12 / XI	0.50	0.42
15 / XI	0.35	0.28
18 / II	0.62	0.52
2 / X	0.40	0.28

	$A_N < A_E$
13 / I	0.60
30 / I	0.47
1 / II	1.10
26 / VII	0.07
18 / XI	0.04
4 / XII	1.58

Наибольшее среднее суточное значение амплитуды:

$$\begin{array}{lll} 4 / \text{XII} & A_N = 1^u 58 & A_E = 2^u 55 \\ 2 / \text{I} & A_N = 1.72 & A_E = 1.72 \end{array} \quad T_p = 6^s 5 \quad T_p = 7.1$$

Наибольшее среднее значение периода — $T_p = 8^s 9$ — 22 / I.

Второй максимум 14 / II — $T_p = 8^s 4$.

Максимальные средние значения периодов и амплитуд совпадают по времени с таковыми в Пулкове и Екатеринбурге.

Наименьшее значение периода: $T_p = 3^s 7$ — 4 / VI.

Колебания периода здесь меньше чем в Иркутске.

Тифлис.

Микросейсмические колебания в Тифлисе очень малы, амплитуды колебаний приблизительно такие же как в Иркутске. Даже в зимние месяцы встречаются дни, а иногда и недели (напр. с 15 / I по 21 / I), в течение которых абсолютные средние суточные значения амплитуд меньше 0^u1, в летние же месяцы они выражаются всегда сотыми долями микрона. Благодаря этому Тифлисская станция очень удобна для изучения отдаленных землетрясений.

В Тифлисе в противоположность Пулкову и Екатеринбургу отклонения по составляющей $N-S$ больше чем по $E-W$, т. е. $A_N > A_E$, а A_Z приближается по величине то к A_E , то к A_N . Напр.:

	A_N	A_E	A_Z
26/I	0 ^u 36	0 ^u 34	0 ^u 39
2/II	0.43	0.34	0.43
10/II	0.24	0.15	0.14
20/V	0.13	0.10	0.11
5/XI	0.12	0.07	0.12
28/XI	0.23	0.19	0.19

Максимальные значения средних амплитуд приходятся в следующие дни:

$$\begin{array}{llll} T_p = 6^{\circ}0 & A_N = 0^u65 & A_E = 0^u64 & A_Z = 0^u56 - 4/XII \\ T_p = 6.0 & A_N = 0.58 & A_E = 0.50 & A_Z = 0.24 - 1/I \\ T_p = 6.9 & A_N = 0.50 & A_E = 0.41 & A_Z = 0.41 - 2/I \end{array}$$

т. е. совпадают по времени с максимальными средними амплитудами на других станциях.

Максимальное значение периода: $T_p = 9^{\circ}4 - 29/I$.

Вторичный максимум $T_p = 8^{\circ}2 - 14/II$ т. е. в те же дни, что и на других станциях.

Минимальное значение периода — $T_p = 3^{\circ}8 - 1/XI$.

В данных Тифлисской станции были довольно значительные пробелы, что могло отразиться отчасти на кривых, изображающих годовой ход амплитуд и периодов микросейсмических колебаний. А именно на горизонтальных маятниках не было регистрации с 31/VIII по 29/IX, а на вертикальном с 31/VIII по 7/IX и затем с 1/X по 24/X.

Макеевка.

В Макеевке амплитуды микросейсмических колебаний достигают значительной величины. Соотношение между амплитудами по горизонтальным составляющим такое же как в Тифлисе: $A_E < A_N$, что же касается отклонений по вертикальной составляющей, то имеем всегда: $A_Z > A_N > A_E$. Напр.:

	A_N	A_E	A_Z
31/I	0 ^u 73	0 ^u 52	1 ^u 05
4/II	0.48	0.25	0.65
13/II	1.00	0.58	1.28
13/IV	0.60	0.40	0.80
28/VII	0.13	0.08	0.20
2/X	0.65	0.49	0.86
14/XI	1.42	0.92	2.68

Наибольшие средние суточные значения амплитуд приходятся приблизительно в тот же день, что и на других станциях:

3 / XII	$A_N = 3^{\mu}55$	$A_E = 3^{\mu}15$	$A_Z = 5^{\mu}45$	$T_p = 6^s0$
4 / XII	$A_N = 3.40$	$A_E = 3.08$	$A_Z = 5.97$	$T_p = 6.0$

Наибольшее среднее значение периода $T_p = 8^s4$ получилось 14 / II, т. е. в тот же день когда на всех остальных станциях был второстепенный максимум и обратно 29 / I, т. е. в тот день, когда на всех станциях был главный максимум — в Макеевке получился второстепенный — $T_p = 8^s0$ (кроме 29 / I $T_p = 8^s0$ еще 21 / II и 28 / X).

Минимальное значение периода $T_p = 3^s5$ (14 / VII).

В Макеевке были тоже довольно значительные пробелы в наблюдениях — особенно по вертикальной составляющей.

Не было регистрации по всем маятникам с 19 / VI по 13 / VII, с 18 / VIII по 24 / VIII и с 24 / XI по 2 / XII.

Баку.

Бакинская станция по своим микросейсмическим движениям отличается от других станций. Ея главную особенность составляют местные микросейсмические колебания 1 рода с коротким периодом, о которых уже не раз упоминалось выше. Этим колебаниям соответствуют довольно значительные амплитуды. Колебания эти встречаются постоянно в течение всего года и вследствие этого часто зимою попадаются колебания с периодом около 2 секунд и со значительными амплитудами. Напр.:

31 / X	$T_p = 2^s7$	$A_N = 2^{\mu}39$	$A_E = 3^{\mu}44$	$A_Z = 2^{\mu}36$
4 / X	$T_p = 2.4$	$A_N = 1.35$	$A_E = 1.65$	$A_Z = 1.34$
21 / II	$T_p = 2.7$	$A_N = 2.37$	$A_E = 2.93$	$A_Z = 2.33$

На остальных станциях зимою при максимальных амплитудах получались и большие периоды — вследствие параллельности возрастания периодов и амплитуд. В Баку эта параллельность тоже существует: отдельно для этих местных колебаний короткого периода со значительными амплитудами, отдельно для общих микросейсмических колебаний.

Амплитуды здесь возрастают и убывают очень своеобразно, повидимому, в зависимости от каких-то местных причин, так как усиления колебаний совершенно не совпадают по времени с усилениями на других станциях. Но общий годовой ход амплитуд здесь такой же как на других станциях — максимальной величины амплитуды достигают зимой, к лету убывают.

Весьма интересно, что на ближайшей к Баку Тифлисской станции нет ни малейшего намека на эти колебания короткого периода и вообще микро-

сейсмические движения в Тифлисе очень малы, в то время как в Баку они достигают иногда значительной величины.

Баку отличается от всех других станций еще тем, что здесь отклонения по вертикальной составляющей меньше чем по обеим горизонтальным: $A_z < A_N$, что же касается A_N и A_E , то бывает различно — то одна, то другая больше. Напр.:

	A_N	A_E	A_z
2 / I	0 ⁴ 95	0 ⁴ 89	0 ⁴ 56
7 / I	1.63	2.18	1.37
1 / III	1.45	1.00	0.75
11 / IV	0.33	0.32	0.18
19 / VII	0.59	0.85	0.44
29 / XI	3.59	2.93	1.90

Иногда, хотя редко, случается, что $A_z > A_E$ или A_N . Напр.:

	A_N	A_E	A_z
11 / III	0 ⁴ 18	0 ⁴ 19	0 ⁴ 43
29 / IV	0.59	0.59	0.77
16 / X	0.75	0.91	0.92
1 / XI	2.19	1.43	1.68
19 / XII	0.43	0.39	1.06

Максимальные амплитуды за весь год получились в следующие дни:

	A_N	A_E	A_z	T_p
21 / I	2 ⁴ 98	6 ⁴ 18	8 ⁴ 36	3 ⁴ 2
31 / X	2.39	3.44	2.36	2.7
24 / XI	4.63	4.33	2.42	3.9
29 / XI	3.59	2.93	1.90	3.0

т. е. наибольшие амплитуды получаются зимой — как и на других станциях, но этим амплитудам соответствуют наибольшие периоды.

Максимальная средняя суточная величина периода за весь год была 29/I — $T_p = 8^{\circ}7$, т. е. в тот же день, что и на других станциях. Это совпадение весьма характерно — в виду того, что периоды микросейсмических колебаний в Баку отличаются от периодов на других станциях.

Минимальное значение периода 7/X и 8/X — $T_p = 2^{\circ}0$.

Сопоставляя максимальные средние суточные значения амплитуд и периодов за весь год по различным станциям получаем следующую таблицу.

Станции.	Средние суточные значения.				Дата.	Мах.	Дата.	T_p		Колебания	
	Дата.	T_p	A_N	A_E	A_z			Дата.	Мин.	T_p	
Пулково . . .	5 / XII	5 ⁴ 6	4 ⁴ 40	6.65	7.00	29 / I	8 ⁴ 2	18 / VIII, 24 / VIII	3 ⁴ 2	5 ⁴ 0	
Екатеринбург . . .	4 / XII	6.1	1.65	1.85	2.55	29 / I	8.7	7 / XI, 22 / IX	4.0	4.7	
Иркутск . . .	2 / XI	5.2	0.60	0.82	0.65	29 / I	8.6	18 / IX, 19 / IX	2.0	6.6	
Ташкент . . .	4 / XII	6.5	1.58	2.55	—	29 / I	8.9	4 / VI	3.7	5.2	
Тифлис . . .	4 / XII	6.0	0.65	0.64	0.56	29 / I	9.4	1 / XI	3.8	5.6	
Макеевка . . .	4 / XII	6.0	3.40	3.08	5.97	14 / II	8.4	14 / VII	3.5	4.9	
Баку . . .	21 / I	3.2	2.98	6.18	3.36	29 / I	8.7	7 / X, 8 / X	2.0	6.7	

Амплитуды микросейсмических движений достигли максимальной величины на всех станциях за исключением Иркутска и Баку в тот же самый день — 4/XII (в Пулкове сдвинто на 5/XII).

Наибольшие отклонения были в Пулкове, затем следуют Макеевка и Баку, в Екатеринбурге и Ташкенте отклонения уже значительно меньше, самые малые отклонения в Тифлисе и Иркутске.

Замечательно, что максимальное среднее значение периода пришлось на всех станциях, не исключая Баку, в один и тот же день 29/1.

В Макеевке этот максимум был 14/II, но это не составляет существенной разницы, так как и 29/I в Макеевке был вторичный максимум; на остальных станциях вторичные максимумы были 14/II, главный — 29/I.

Наибольшие колебания периода были в Баку и в Иркутске, $\Delta T_p = 6^{\circ}7$ и $6^{\circ}6$, затем в Тифлисе $\Delta T_p = 5^{\circ}6$, на остальных станциях колебания меньше: от $4^{\circ}7$ до $5^{\circ}2$.

Заключение.

Резюмируя все сказанное в настоящей работе, приходим к следующим выводам:

1. Периоды микросейсмических колебаний почвы могут быть рассматриваемы в один и тот же момент для всех трех составляющих как практически одинаковые.

2. Периоды микросейсмических колебаний на станциях, расположенных на столь значительных расстояниях друг от друга как Пулково, Екатеринбург, Ташкент, Иркутск, Макеевка и Тифлис группируются по величине около тех же самых средних значений периода; наибольшая повторяемость получается для периодов от 4 до 5 секунд. Кривые, изображающие зависимость между величиною периодов и их повторяемостью, выраженную в процентах, дают для всех этих станций резкий максимум для значений периода около $4^{\circ}8$.

Приводим соответствующие данные для всех станций.

Наименование сейсмич. станций.	Значения период.	Относительная повторяемость.
Пулково	$4^{\circ}7$	45.3%
Екатеринбург	4.8	51.1
Иркутск	4.8	52.4
Ташкент	4.9	60.2
Макеевка	4.8	43.5
Тифлис	4.8	49.5

Исключение составляет Бакинская станция, где получаются 2 максимума:

$$\begin{array}{ll} \text{один при } T_p = 2^{\circ}6 & N\% = 21.6\% \\ \text{второй } » T_p = 5.5 & N = 34.8 \end{array}$$

Это происходит оттого, что в Баку, кроме собственно микросейсмических колебаний общих для всех станций, существуют еще особые местные колебания, период коих измеряется в пределах от 1[°]5 до 3[°]0.

Колебания эти имеют место постоянно и вследствие их существования получился второй максимум повторяемости. Максимум повторяемости для колебаний с более длинными периодами сдвинут здесь на период 5[°]5.

3. На всех сейсмических станциях существует следующая замечательная закономерность в изменениях средних значений периодов и амплитуд микросейсмических колебаний: чем больше период, тем больше и соответствующие амплитуды по различным составляющим.

В Баку эта закономерность подтверждается не только для собственно микросейсмических колебаний общих всем станциям, но и для этих местных колебаний короткого периода.

4. В Иркутске и Ташкенте, континентальных станциях, расположенных в глубине материка, разница между средними амплитудами для составляющих *N—S* и *E—W* очень незначительна.

В Пулкове и Екатеринбурге $A_E > A_N$.

В Макеевке и Тифлисе $A_E < A_N$.

В Баку значения для A_E и A_N чередуются — то одно, то другое больше.

Амплитуды по вертикальной составляющей в Пулкове, Екатеринбурге, Макеевке и Иркутске больше, чем по обоим горизонтальным, в Тифлисе A_z приближается к A_N , в Баку в отличие от всех других станций амплитуды по вертикальной составляющей меньше чем по обоим горизонтальным.

5. Микросейсмические движения в Иркутске и Тифлисе очень малы: в летние месяцы падают иногда до 0.01 микрона или вовсе отсутствуют; благодаря этому Иркутская и Тифлисская обсерватории находятся в особенно благоприятных условиях для изучения отдаленных землетрясений. Наибольшие средние отклонения получились в Пулкове, Макеевке и Баку, далее следуют Екатеринбург и Ташкент.

6. Из сопоставления средних месячных значений амплитуд по различным составляющим видно, что интенсивность микросейсмических колебаний достигает наибольшей величины в зимние месяцы, к лету — убывает.

Особенное убывание к лету замечается на тех станциях, где микросейсмические колебания вообще достигают значительной величины, напр.: в Пулкове, Макеевке и Баку.

В Тифлисе и Иркутске хотя и есть убывание к лету, но незначительное.

7. Общий ход кривых, изображающих годовое изменение амплитуд на различных станциях, сходен для всех станций. Это доказывает, что при-

чины, вызывающие изменения интенсивности микросейсмических колебаний, производят свое действие на громадные протяжения земной поверхности.

8. Кривые изменений амплитуд на всех станциях имеют главные максимумы зимой в январе и декабре (Баку — в январе и ноябре), главный минимум летом — в июне, июле и августе.

9. Средние месячные значения периодов, практически одинаковые для всех трех составляющих, достигают наибольшей величины на всех станциях в зимние месяцы, летом дают минимум. Это особенно хорошо заметно на соответствующих кривых, изображающих годовой ход периодов в Пулкове, Макеевке и Екатеринбурге.

Исключение составляет Баку, где никакого убывания к лету не замечалось и вообще годовой ход был очень неправильный. Это было вызвано постоянным присутствием местных колебаний короткого периода.

Припоминая выведенный в пункте 3 закон о параллельности возрастания и убывания периодов и амплитуд находим здесь его подтверждение: убывание к лету амплитуд находится в причинной связи с убыванием периодов.

10. В некоторые дни замечалось значительное возрастание и затем убывание амплитуд микросейсмических колебаний, при чем эти изменения происходили одновременно почти на всех станциях, а именно в Пулкове, Екатеринбурге, Ташкенте и Макеевке эти возрастания получались одновременно — кривые амплитуд для соответствующих промежутков времени получились вполне сходные.

В Тифлисе и Иркутске колебания вообще очень малы и на этих станциях только в некоторых случаях получалось незначительное усиление, соответствующее усилениям на других станциях.

Исключение составляет только Баку, где усиления микросейсмических колебаний не совпадают по времени с усилениями на других станциях, но это вызвано присутствием местных колебаний короткого периода, которые под влиянием неизвестных причин местного характера внезапно возрастают или убывают. Эта одновременность возрастаний микросейсмических колебаний на различных станциях, расположенных так далеко друг от друга, еще раз доказывает, что причины, вызывающие более или менее резкое усиление микросейсмической деятельности, распространяют свое действие на громадное протяжение земной поверхности.

11. Средние суточные периоды на всех станциях практически одинаковы для всех трех составляющих.

12. Замечательно что амплитуды микросейсмических движений достигли наибольшей величины на всех станциях, за исключением Иркутска и Баку, в тот же день 4 / XII (в Пулкове сдвинуто на 5 / XII).

Максимальное среднее значение периода пришлось на всех станциях, не исключая даже Баку, также в один и тот же день — 29/I. Этот факт лишний раз подтверждает общность происхождения микросейсмических колебаний на всех станциях.

Сопоставляя сделанные здесь выводы с результатами работы кн. Б. Б. Голицына, находим полную аналогию между микросейсмическими явлениями 1913 и 1914 гг.

Реферат статьи Dott. Leonardo Ricciardi. Il terremoto del 13 gennaio 1915.

Estratto dal Bollettino della Società dei Naturalisti in Napoli. Vol. XXVIII
(Ser. II — Vol. VIII). Anno XXIX. 1915. Atti. p. 11—30.

С. Малевкин.

Небольшая брошюра эта направлена, как об этом заявляет сам автор, к установлению причин землетрясений вообще и Абруццкого 13 января н. с. 1915 г. в частности.

Причину землетрясений автор видит исключительно в проявлениях вулканизма, совершенно отрицая существование землетрясений тектонических. Он говорит, что вообще все землетрясения происходят под влиянием движения магмы в связи с действием на последнюю воды в виде ли морской инфильтрации или вообще явлений, зависящих от соприкосновения раскаленной магмы и воды.

Ссылаясь на ряд предыдущих своих работ, автор приводит те заключения, к которым он пришел в них, и которые по его мнению, с каждым новым проявлением землетрясений получают блестящее подтверждение.

Основные положения его концепции следующие: количества SiO_2 в породах различных вулканов показывают, что явления вулканизма однородны во всех частях гемисфера, и что первичное вещество, дающее начало всем породам, всегда одно и то же и по своему составу является гранитовым. Земля обладает особой, как называет автор, гидропластической оболочкой (*involucro idroplastico*). Она однородна во всех точках земного шара и образована гранитными породами; на этой оболочке располагаются осадочные образования и детриты.

Скорость, с которой распространяются сейсмические волны данного землетрясения по антиподным направлениям, является для автора доказательством однородности его гидропластической оболочки. Так по данным Rebener Paschwitz сейсмические волны землетрясения 28 июля 1889 г.

в Кумомато в Японии достигли Потсдама по кратчайшему направлению (8860 килом.) со средней скоростью в 2,2 килом. в 1[°], а по антиподному (31140 килом.) — со скоростью 2,3 килом. в 1[°]. Аналогичные данные были получены и для других мировых землетрясений.

На основании сейсмограмм землетрясений Мессинского 1908 года и Абруццкого 13 января 1915 г. проф. Taffara пришел к заключению о полной аналогии обоих землетрясений. Автор пользуется этой аналогией для доказательства, что и Абруцкое землетрясение имело своей причиной проявление вулканизма, так как автор считает доказанным, что Мессинское землетрясение произошло от удара магмы, искавшей себе выхода на дневную поверхность в области Мессинского пролива. Сославшись на работы Corteze, Omori, Em. Oddone, F. Perret, в том или другом виде признавших влияние вулканизма на землетрясение 1908 года, автор приводит факты, подтверждающие, по его мнению, это заключение, именно: на телеграфных и телефонных кабелях, проложенных между континентом и островом кроме разрывов были обнаружены также и ожоги; один из кабелей вынуждены были совершенно бросить, так как его не удалось высвободить из под засыпавшего его гравия.

Для характеристики землетрясения 13 января 1915 г. автор со слов заслуживающих доверия лиц сообщает следующие факты.

Улица (Strada Provinciale) в Пешине колебалась, как полоса материи, там и сям разрываясь на части. Долго еще сохранялись трещины, затруднившие движение экипажей по дороге. Во всей округе, тяготеющей к оз. Fuccino, замечен ряд расселин. В м. Sora на кладбище упали часовни и разрушились склепы. Во многих местах появились трещины длиной в несколько метров; из них выходили белые пары и газы с сильным запахом серы; время от времени из расщелин выбрасывалась кипящая серная вода. Свящ. G. Alfani сфотографировал эти извержения. Автор настаивает, что землетрясение явилось результатом могучего удара, шедшего снизу вверх, т. е. было толчкообразным (terremoto sussultorio). Он основывается при этом на впечатлениях местных жителей: камни подбрасывались в воздух; чувствовался удар, как от взорвавшейся огромной мины; люди подбрасывались на воздух и опрокидывались на землю. Местные же жители свидетельствуют и о том, что и раньше область оз. Fuccino была ареной вулканической деятельности: случавшиеся здесь землетрясения заставляли жителей строить бараки в садах, чтобы не быть погребенными под развалинами постоянных жилищ. За несколько лет до полного осушения (1864 г.) температура в оз. Fuccino поднялась так высоко, что вода вскипела.

Землетресение 13 января 1915 г. носило характер мирового: все сейсмические станции отметили его у себя. Акад. Голицын определил скорость

волн в 3,51 kil. в 1^s, для Мессинского землетрясения та же величина была 3,53 kil.

По данным сейсмических станций были отмечены следующие скорости:

Авеццано — Пома	7370	m/s
» — Падуя	6960	»
» — Триест	7170	»
» — Тревизо	8950	»
» — Милетто	7870	»
» — Монкальери	6710	»
» — Грай	7730	»
» — Вена	7830	»
» — Гамбург	7609	»
» — Граната	8600	»
» — Валледи-Помпей	5290	»

Что землетрясение это должно было быть только вулканическим следует по автору из того, что местность, застигнутая им, расположена на установленных автором двух линиях разлома, по которым расположены итальянские вулканические очаги: одна Альпы — Сила, другая, идущая от подводного вулкана, находящегося между Понтийскими островами и остр. Гаэта, на Sora, Valle del Liri, Lazio и Valle del Salto. В виду этого является естественным, что землетрясение это охватило 6 провинций — Aquila, Caserta, Perugia, Roma, Teramo и Chieti и повредило 372 коммуны с 29.678 человек погибших.

Среди явлений предшествовавших и сопутствовавших землетрясению 13 января 1915 г. автор отмечает следующие: землетрясение 19 декабря 1914 г. в Isernia; повышение температуры термальных источников; шум перед самым землетрясением; ряд толчкообразных сотрясений в различных местах континента после 13 января; землетрясение 23 января в Imerese; второе землетрясение в Аbruцци; землетрясение в марте в Perugia с гулом и явлением пламени, в Lucca — с гулом; спокойно подготовляющееся извержение в кратерах Этны и Везувия.

Далее автор указывает, что в силу самой природы землетрясений (случайность в соприкосновениях магмы и воды) наука не обладает и никогда не будет обладать возможностью предсказания землетрясений. Единственным исключением из этого правила являются движения магмы под влиянием притяжения луны и солнца. Но явления эти еще не изучены.

Автор одобряет решение Итальянского правительства не создавать никакой комиссии для изучения землетрясения 13 января 1915 года, — так как автор находит, что причина землетрясений (как понимает их автор)

наукой установлена окончательно, а более сделать она ничего не может. Заканчивается статья указанием на бесплодность создания новых теорий.

Статья написана с большим полемическим задором по отношению к тектонистам. Однако, надо сказать, что автор не только не обосновал своих взглядов на внутреннее строение земли и сущность проявления вулканизма вообще, но не потрудился даже хорошенько сгруппировать факты, которые действительно подтвердили бы мнение автора о вулканической природе землетрясения 13 января — все, что им приведено в этом смысле легко ведь укладывается и в объяснение причин землетрясения тектоническими явлениями. С этой точки зрения автор и не пытается даже подойти к вопросу. Не дает автор и более или менее полной картины и характеристики этого землетрясения, видимо автором неиспользован даже газетный материал. И тем более странно слышать из уст ученого мнение о ненужности научных исследований — решение Итальянским правительством в этом направлении было принято только под давлением чисто политических причин. Если все же мы сочли нужным реферировать эту статью, то только потому, что в русской литературе ничего еще не появилось об этом охватившем огромную площадь и стоившем столько жертв землетрясении.
